

***ESTUDIO TEORICO DE LOS ESTADOS LIMITES  
DE FISURACION Y DEFORMACION DE VIGAS  
COMPUESTAS DE HORMIGON PRETENSADO  
SOMETIDAS A ACCIONES  
TIEMPO Y CICLO DEPENDIENTES***

*Irene Elisabet Rivas  
Ing. en Construcciones U.N.C.P.B.A.*

*Tesis presentada en parcial cumplimiento para acceder  
al grado académico de:*

*Magister en Tecnología y Construcciones de Hormigón  
de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires*

*Dirigida por: Ing. (Mag.) José Rodolfo Barlek (U.N. de Tucumán)*

*Facultad de Ingeniería de la U.N.C.P.B.A.  
Olavarría*

*Año: 2000*

*A la memoria de mi padre*

*y*

*A Angélica (mi madre)*

*por la lección de vida*

*en su lucha diaria contra la adversidad*

## **AGRADECIMIENTOS.**

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento al Ing. Mag. José Rodolfo Barlek, no sólo por su dirección y apoyo en el desarrollo de este trabajo de Tesis, sino también por brindarme sus conocimientos y su orientación con mucha paciencia, muy buena predisposición y calidez humana. Debo destacar que cada corrección, o cada mensaje suyo estaban acompañados por alguna frase que representaba un constante estímulo a mi trabajo.

A todos los que, desde su función, lugar de trabajo, o de estudio, hicieron posible que en nuestra Facultad de Ingeniería se implementara y, además, se pudiera concretar el “1er.” Magister en Tecnología y Construcciones de Hormigón. Estimo que no es conveniente indicar nombres aquí, porque en realidad son muchas las personas a las cuales va dirigido este agradecimiento, y puedo cometer el error de olvidar, mencionar, alguna.

A la Secretaría de Ciencia y Técnica de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires por el apoyo económico que me otorgara, a través del denominado Programa VIII.

A Mónica y Alejandra por sus útiles lecciones sobre el Lenguaje FORTRAN, a Gustavo por su colaboración en parte de las figuras de este trabajo, y a Abel y María Inés por su grata compañía durante mi estadía en Tucumán.

La realización de este trabajo de tesis me llevó a contactarme con distintas personas, del Laboratorio de Estructuras de la Universidad Nacional de Tucumán, a quienes he llegado a apreciar y a las cuales les debo mi agradecimiento.

A todos aquellos que se interesaron por mi tarea en esta Tesis y aportaron con su aliento.

**ESTUDIO TEORICO DE LOS ESTADOS LIMITES DE FISURACION Y  
DEFORMACION DE VIGAS COMPUESTAS DE HORMIGON PRETENSADO  
SOMETIDAS A ACCIONES TIEMPO Y CICLO DEPENDIENTES.**

por Irene Elisabet Rivas

**RESUMEN**

Una de las tipologías de tableros de puentes frecuentemente construidos, es el conformado por vigas isostáticas prefabricadas de hormigón pretensado, con ala superior de hormigón armado in situ. En el tiempo de su vida útil, estas vigas compuestas pueden fisurar por una o más de las siguientes causas: retracción, variación de temperatura, asiento de apoyos, diferencia entre momentos estimados y momentos reales, exceso de sobrecargas, subvaloración de pérdidas de pretensado, etc. Como es conocido dicha fisuración crece debido a fenómenos tiempo y ciclo-dependientes, reduciendo cada vez más la rigidez de tales vigas en grado tal que, en algunos casos, llegan a comprometer sus condiciones de servicio.

En este trabajo se estudia este tipo de vigas compuestas, evaluando los fenómenos tiempo-dependientes y ciclo-dependientes que influyen en su comportamiento bajo régimen de servicio.

Al considerar los fenómenos tiempo-dependientes, se realiza una revisión de modelos de predicción de fluencia lenta y retracción del hormigón, y relajación de los aceros de pretensar, que recomiendan los principales códigos de diseño y otras publicaciones originales. Complementando esta parte, se efectúa una revisión de los fenómenos ciclo-dependientes que tienen influencia en el comportamiento en servicio de elementos pretensados.

Seguidamente, se recopilan y estudian diferentes propuestas para la determinación de anchos de fisuras y flechas máximas de vigas sometidas a cargas estáticas y/o repetitivas. Vinculando a tales propuestas, en este trabajo se propone un modelo y su respectiva implementación computacional, para analizar vigas compuestas de hormigón pretensado, simplemente apoyadas, sometidas a procesos degradativos de naturaleza tiempo-dependiente y ciclo-dependiente. El programa computacional permite verificar todas las condiciones de servicio de estas vigas, en particular las correspondientes a anchos máximos de fisuras y flechas límites.

Una vez calibrado con resultados experimentales disponibles, el programa se utiliza para efectuar un estudio paramétrico de vigas de mediana luz, con diferentes grados de pretensado y sobrecargas. Los resultados obtenidos permiten inferir tanto el tipo de falla que es de esperar en estas vigas, como así también las posibilidades de que las mismas acontezcan.

# INDICE

AGRADECIMIENTOS.....	I
RESUMEN.....	II
INDICE.....	III

## CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN

1.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	1
1.2. OBJETIVOS.....	5

## CAPITULO 2: FENÓMENOS TIEMPO-DEPENDIENTES

2.1. INTRODUCCION.....	6
2.2. FENÓMENOS TIEMPO-DEPENDIENTES EN EL MATERIAL HORMIGÓN.....	7
2.2.1. Retracción.....	7
2.2.1.1. Propuestas para efectuar la Predicción de la Retracción.....	8
Propuesta del American Concrete Institute (A.C.I.).....	8
Propuesta del Comité Europeo del Hormigón (CEB) del Comité Europeo de Normas (CEN) y del CEB-FIP.....	12
Propuesta del Centro de Investigación de los Reglamentos Nacionales de Seguridad para las Obras Civiles (CIRSOC).....	14
Propuesta de Leonhardt.....	17
Propuesta de Almudaiheem y Hansen.....	19
Propuesta de Bazant y Baweja.....	21
Propuesta de Basma y Abdel – Jawad.....	23
Propuesta de Iglesias.....	24
2.2.2. Fluencia Lenta (creep).....	27
2.2.2.1. Propuestas para efectuar la Predicción de la Fluencia Lenta.....	29
Propuesta del American Concrete Institute (A.C.I.).....	29
Propuesta del Comité Europeo del Hormigón (CEB) del Comité Europeo de Normas (CEN) y del CEB-FIP.....	31
Propuesta del Centro de Investigación de los Reglamentos Nacionales de Seguridad para las Obras Civiles (CIRSOC).....	38

	Propuesta de Leonhardt.....	40
	Propuesta de Bazant y Baweja.....	43
	Propuesta de Iglesias.....	46
	Propuesta de Kawano y Warner.....	47
2.3.	FENÓMENOS TIEMPO-DEPENDIENTES EN EL MATERIAL ACERO.....	54
2.3.1.	Relajación.....	54
2.3.1.1.	Propuestas para efectuar la predicción de la Relajación.....	55
	Propuesta de Leonhardt.....	55
	Propuesta de la Federación Internacional del Pretensado.....	55
	Propuesta de Magura, Sozen y Siess.....	56
	Propuesta del CEN (Comité Europeo de Normas) Eurocode 2....	57
	Propuestas y disposiciones de CIRSOC.....	59
2.4.	PÉRDIDAS POR RELAJACIÓN DEL ACERO, POR RETRACCIÓN Y Y POR FLUENCIA LENTA DEL HORMIGÓN.....	59
	Según Reglamento CIRSOC.....	60
	Según Nawy.....	61
	Según Murcia.....	63
2.5.	CONCLUSIONES.....	64

### **CAPITULO 3: FENÓMENOS CICLO-DEPENDIENTES**

3.1.	GENERALIDADES.....	67
3.2.	FATIGA.....	68
3.3.	FATIGA EN EL ACERO.....	68
3.3.1.	Fatiga en Aceros para Hormigón Armado.....	70
3.3.1.1.	Resistencia a fatiga de aceros para hormigón armado.....	70
3.3.2.	Fatiga en Aceros de Pretensado.....	72
3.3.2.1.	Principales parámetros a considerar para el análisis de fatiga en aceros de pretensado.....	72
3.3.3	Directivas del Reglamento CIRSOC para la Verificación de las Tensiones en el Acero Bajo Carga de Servicio.....	76
3.4	FATIGA EN HORMIGÓN.....	80
3.4.1.	RESISTENCIA A FATIGA DEL HORMIGÓN.....	81

3.4.1.1.	Factores que influyen en la resistencia a la fatiga del hormigón..	83
3.4.2.	Deformación Producida por Carga Cíclica.....	85
3.4.3.	Efecto de la Carga Cíclica sobre la Fluencia Lenta del Hormigón.....	87
3.5.	FATIGA EN HORMIGÓN ARMADO Y HORMIGÓN PRETENSADO TOTAL O PARCIAL.....	92
3.6.	CONCLUSIONES.....	95

#### **CAPITULO 4: PREDICCIÓN DE ANCHOS DE FISURAS**

4.1.	GENERALIDADES.....	96
4.2.	PREDICCIÓN DE ANCHOS DE FISURAS EN BASE AL METODO DE LAS TENSIONES FICTICIAS DE TRACCIÓN.....	99
4.3.	PREDICCIÓN DE ANCHOS DE FISURAS EN BASE A TENSIONES O DEFORMACIONES DEL ACERO.....	101
4.4.	PREDICCIÓN DE ANCHOS DE FISURAS EN BASE A MODELOS DE INTEGRACIÓN DE DEFORMACIONES.....	106
	Modelo de Harajli-Naaman.....	107
	Propuesta de Pérez – Cudmani – Danesi.....	117
4.5.	PROPUESTAS PARA ESTIMAR LA SEPARACIÓN ENTRE FISURAS PRIMARIAS.....	119
4.6.	CONCLUSIONES.....	120

#### **CAPITULO 5: ANALISIS DE LA DEFORMACIÓN (FLECHA)**

5.1.	DEFORMACIÓN (FLECHA).....	121
	Contraflecha.....	123
5.2.	DEFORMACIÓN EN VIGAS DE HORMIGÓN PRETENSADO.....	123
5.2.1.	Propuesta del American Concrete Institute.....	123
5.2.2.	Modelo Analítico Desplazamiento-Deformación.....	128
5.2.3.	Métodos Propuestos por Diferentes Autores y Evaluados por Krishna Mohan Rao y Dilger.....	129
5.2.4.	Propuesta de Gutiérrez, Korn y Cudmani.....	137
5.3.	DEFORMACIÓN EN VIGAS COMPUESTAS DE HORMIGÓN PRETENSADO.....	139
5.3.1.	Cálculo según Naaman.....	140

5.3.2.	Cálculo según Nawy.....	141
5.4.	CONTROL DE LA DEFORMACIÓN (FLECHA) EN ELEMENTOS PRETENSADOS.....	144
5.5.	CONCLUSIONES.....	145

## **CAPITULO 6: FORMULACIÓN Y PROGRAMACIÓN DEL MODELO**

6.1.	GENERALIDADES.....	146
6.2.	DESCRIPCIÓN DEL MODELO IMPLEMENTADO.....	147
6.2.1.	Primera Parte del Modelo.....	147
6.2.1.1.	Posición del Eje Neutro de la Sección Fisurada.....	147
6.2.1.2.	Separación entre fisuras Primarias.....	156
6.2.1.3.	Grado de Pretensado.....	156
6.2.2.	Segunda Parte del Modelo.....	157
6.2.3.	Tercera Parte del Modelo.....	159
6.3.	IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL DEL MODELO.....	160
6.3.1.	Archivo de Datos.....	160
6.3.2.	Archivo de Resultados.....	161
6.4.	APLICACIÓN DEL MODELO.....	165
6.4.1.	Características de la Viga Analizada.....	166
6.4.2.	Resultados.....	168
6.4.2.1.	Resultados de Anchos de Fisura.....	168
6.4.2.2.	Resultados de la deformada en el Centro de la Viga (flecha).....	175
6.5.	EJEMPLOS DE APLICACIÓN DEL MODELO PARA ESTIMAR EL CRECIMIENTO DE ANCHOS DE FISURA Y FLECHA.....	177
6.5.1.	Ejemplo de Aplicación Nro. 1: Viga de 10.00m de luz.....	180
6.5.2.	Ejemplo de Aplicación Nro. 2: Viga de 15.00m de luz.....	182
6.5.3.	Ejemplo de Aplicación Nro. 3: Viga de 20.00m de luz.....	184
6.5.4.	Ejemplo de Aplicación Nro. 4: Viga de 25.00m de luz.....	186
6.5.5.	Anchos de Fisura según “PCCBEAM” y la Expresión del CEB-FIP.....	189
6.5.6.	Análisis de la Flecha de una Viga Sometida a la Acción de Carga Cíclica..	193
6.5.7.	Resultados Obtenidos al Incrementar la Carga.....	197

6.5.8. Análisis de los Resultados.....	205
6.6. CONCLUSIONES.....	208

**CAPITULO 7: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES PARA FUTUROS TRABAJOS**

7.1 CONCLUSIONES.....	212
7.1.1. Del Análisis Teórico Efectuado.....	212
7.1.2. De la Comparación de Resultados.....	214
7.2. Recomendaciones para futuros Trabajos.....	216

<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>217</b>
-------------------------	------------

## *CAPITULO 1:*

### *INTRODUCCION*

---

#### **1.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.**

El empleo de estructuras de puentes de hormigón pretensado, con tendencia creciente hacia la prefabricación por razones de economía y velocidad de ejecución, se encuentra ampliamente difundido, tanto nacional como internacionalmente.

Uno de los tipos de tablero de puente más frecuentemente construido en la actualidad es el constituido por vigas isostáticas prefabricadas de hormigón pretensado, con armaduras pretensas o postesas en fábrica y losa superior de hormigón armado. Las secciones transversales de las vigas más usuales son la T y la doble T.

Montaner Fragüet y López García (1995) denominan a los puentes conformados por ese tipo de vigas, “Puentes Mixtos de HORMIGON y hormigón”. Opinan que la denominación de puentes mixtos y su asociación inmediata con unión hormigón-acero, es un concepto que, aunque muy extendido, como tantas otras cosas, no responde a ninguna realidad absoluta ya que, recapacitando sobre el tema, es obvio que este tipo de estructuras hormigón-hormigón no es más que un caso particular de estructura mixta, en la que la existencia de un hormigón “in situ” con sus características y un hormigón prefabricado con las suyas, plantea un fenómeno mucho más

complejo (al analizar comportamientos en el tiempo, auténtico problema de este tipo de estructuras).

En este tipo de elementos estructurales, el cálculo de esfuerzos dado el carácter isostático del puente en sentido longitudinal, no presenta dificultades especiales. Sin embargo, la evaluación del estado de tensiones, deformaciones y flechas tanto durante la construcción como en servicio, resulta un problema complejo por tratarse de piezas compuestas por diversos materiales con características reológicas diferentes (hormigón de las vigas y de la losa, armaduras activas y pasivas), así como por su construcción evolutiva.

Por una parte, la evolución en el tiempo de las propiedades del hormigón (módulo de deformación y resistencias a compresión y a tracción), las deformaciones diferidas de retracción y fluencia lenta del hormigón, la relajación del acero de pretensado, la heterogeneidad en el comportamiento reológico de los diversos materiales componentes y la interacción mutua entre todos estos efectos reológicos, provocan considerablemente redistribuciones de tensiones entre hormigón y acero en la viga, una de cuyas manifestaciones es la pérdida de fuerza de pretensado a lo largo del tiempo.

Por otra parte la colocación de una losa superior de hormigón armado, de características generalmente diferentes al hormigón de la viga, a la cual se solidariza, tiene muchos efectos sobre ésta, ya que constituye un impedimento a la libre deformación en el tiempo de la viga y además presenta su propia retracción y fluencia.

La interacción entre losa y viga genera redistribuciones de tensiones entre ambos elementos, que pueden ser importantes y que también afectarán a las pérdidas de pretensado, lo que plantea dificultades a la hora de dimensionar la fuerza de pretensado inicial sobre las vigas prefabricadas, necesaria para minimizar la probabilidad de aparición de fisuras a corto y a largo plazo, para pretensado total, o bien para controlar las fisuras en el caso de pretensado parcial.

Además, como consecuencia del estado de deformaciones mecánicas y reológicas, se produce una deformada a nivel pieza, la cual va evolucionando con el tiempo por efectos de la fluencia lenta y por la aplicación de las cargas permanentes. También deben ser evaluadas las contraflechas debidas al pretensado.

El estudio del comportamiento de secciones de hormigón pretensado en el tiempo, ha sido abordado de forma analítica por diversos autores y se tratará en los próximos capítulos de esta Tesis.

Existen expresiones simplificadas para el cálculo de pérdidas diferidas de pretensado, algunas de las cuales han sido recogidas por las recomendaciones y códigos relativos a obras de hormigón pretensado. Sin embargo, de momento, las aproximaciones analíticas que resultan operativas están planteadas en casos hipotéticos muy simples, como son el de una viga aislada construida en una sola fase, ya que la consideración de los efectos de la losa, de tesados sucesivos, de construcción por fases o de apuntalamiento, introduce notables dificultades operativas, (Marí Bernat y otros -1996).

En las estructuras, sometidas a flexión dominante, se conoce que su durabilidad está muy vinculada al grado de fisuración, el cual crece gradualmente debido a los fenómenos antes mencionados (retracción y fluencia lenta del hormigón, relajación del acero) y a la degradación de la adherencia acero - hormigón. Fenómenos éstos que se encuentran relacionados con el tiempo y el número de ciclos de carga y que producen una redistribución de tensión entre los diferentes materiales que componen la sección transversal; motivando así la variación continua con el tiempo de los estados de deformación y tensión.

La fisuración altera las condiciones de equilibrio interno de la viga, manifestándose un brusco ascenso del eje neutro en toda la longitud y marcados incrementos en las tensiones de aceros y hormigón. A partir de ese instante la viga abandona su comportamiento como estructura pretensada, y sigue un comportamiento semejante al de miembros de hormigón armado sometidos a flexión y compresión combinadas. Las consecuencias inmediatas de este cambio de comportamiento son:

- Disminución de la protección contra la corrosión de las armaduras por efecto de la fisuración.
- Incrementos en las deformaciones debidas a la pérdida de rigidez flexional.
- Disminución de la vida útil por fatiga de los materiales constitutivos, ante la aplicación de cargas repetitivas.

Estas consecuencias indeseadas obligan a que, en el diseño a flexión de estos elementos (de hormigón pretensado parcial), deba prestarse especial atención a la verificación de los estados límites bajo régimen de servicio. Al respecto los estados límites de mayor importancia, cuya verificación es exigida por los reglamentos son: deformación, fatiga y fisuración.

Tal como se mostrará en el capítulo correspondiente, no existe un único criterio acerca de la forma de estimar los anchos de fisuras instantáneos y es muy poco lo que se sabe sobre el

crecimiento de dichos anchos de fisuras cuando se aplican cargas repetitivas como sucede en el caso de vigas de puentes.

Como se ha mencionado precedentemente, el rendimiento y la funcionalidad de las estructuras de hormigón armado, hormigón pretensado y por ende de hormigón pretensado parcial se ve influenciado (entre otros) por el comportamiento reológico del hormigón, efectos tiempo -dependientes y efectos ciclo - dependientes. Para su evaluación, se requiere de una aproximación racional con respecto a:

- Establecer un modelo confiable para la predicción de la fluencia lenta y retracción del hormigón, relajación de aceros y degradación de la adherencia acero-hormigón, fenómenos éstos que dependen del tiempo y del número de ciclos de carga y tienen influencia directa sobre la fisuración tanto instantánea como diferida (problema basado fundamentalmente en las características de los materiales).
- Establecer un método de cálculo para la determinación de la correspondiente respuesta estructural con el grado de exactitud adecuado al caso especificado (problema de cálculo estructural).

En las últimas décadas numerosos investigadores se han dedicado al estudio de los fenómenos, que se encuentran relacionados con el tiempo y número de ciclos de carga y que además tienen influencia directa sobre la fisuración, tanto instantánea como diferida.

Si bien en la actualidad se dispone de diversos modelos para estimar su desarrollo, resulta escaso el número de propuestas tendientes a lograr un modelo matemático integrado que los vincule de modo tal de representar la interacción que los mismos tienen en las aplicaciones estructurales usuales (tal es el caso de vigas pretensadas de puentes).

Los modelos deben ser tratados siempre con la cautela que exige la aleatoriedad que acompaña a los complejos fenómenos reológicos. Los modelos numéricos permiten plantear, a nivel sección, pieza, o estructura, aproximaciones rigurosas al comportamiento estructural, cuya precisión dependerá de la precisión de las hipótesis y datos de partida.

En nuestro país la construcción de elementos de hormigón parcialmente pretensado (H.P.P.), destinados a formar parte de estructuras resistentes, se acepta oficialmente desde 1984, año en el cual se publicó el Reglamento CIRSOC 204 destinado a reglamentar el diseño y

cálculo de elementos con precompresión parcial. En el mismo se establece que: “en los elementos parcialmente pretensados sometidos a cargas de servicio no se limitan las tensiones de tracción del hormigón”, esto es indistintamente válido para flexión simple, compuesta, y tracción pura e implica la posibilidad de que estos elementos fisuren cuando actúa un cierto porcentaje de carga de servicio. Es por ello que resulta necesario limitar los anchos máximos de fisuras.

## **1.2. OBJETIVOS.**

Los objetivos principales de la presente Tesis pueden resumirse de la siguiente manera:

- Analizar las diferentes propuestas existentes para modelar los fenómenos tiempo-dependientes y ciclo - dependientes que se presentan en vigas compuestas parcialmente pretensadas empleadas en la construcción de puentes de pequeñas y medianas luces. Considerando además los fenómenos tiempo - dependientes que se desarrollan a nivel de los materiales constitutivos, como así también la degradación de adherencia causada por ciclos de cargas aplicadas.
- Proponer e implementar computacionalmente un modelo teórico que permita estimar anchos de fisura y deformación (flecha) de vigas compuestas parcialmente pretensadas (fisuradas) sometidas a cargas repetitivas.

## *CAPITULO 2:*

# ***FENOMENOS TIEMPO DEPENDIENTES***

---

### **2.1. INTRODUCCIÓN.**

Por efecto del medio ambiente (atmósfera, agua), es decir por las condiciones climáticas, el hormigón experimenta con el tiempo variaciones volumétricas.

Los fenómenos tiempo - dependientes producen un reajuste de tensiones variables en función del tiempo: en el hormigón, en el acero, y entre ambos; en el hormigón pretensado juegan un papel importante debido a las pérdidas que ocasionan en los esfuerzos de pretensado. Pueden ser causales de cambios considerables de deformación y/o tensión en elementos estructurales.

La retracción, la fluencia lenta del hormigón (creep), y la relajación del acero son fenómenos tiempo - dependientes muy complejos; reciben la influencia de un número elevado de parámetros que se encuentran interrelacionados y que son difíciles de modelar con expresiones reproducibles en reglamentos constructivos.

El comportamiento reológico del hormigón, es decir su deformación dependiente del tiempo (fluencia lenta y retracción), tiene una considerable influencia en el rendimiento de estructuras de hormigón armado y hormigón pretensado.

## **2.2. FENOMENOS TIEMPO-DEPENDIENTES EN EL MATERIAL HORMIGON.**

La fluencia lenta y la retracción del hormigón dependen principalmente de la humedad ambiente, de las dimensiones del elemento y de la composición del hormigón.

La fluencia lenta es también influenciada por la madurez del hormigón, cuando la carga es aplicada por primera vez, y por la magnitud de la carga.

En el material hormigón las causas que originan las variaciones de las tensiones y deformaciones, residen en la microestructura de la pasta de cemento endurecida. Estas deformaciones dependientes del tiempo resultan siempre influenciadas por las propiedades de la masa del gel, es decir por el contenido de cemento y la relación agua/cemento.

Las dificultades que se presentan para modelar la fluencia lenta y la retracción del hormigón mediante una formulación adecuada a un código, pueden resumirse en:

- La fluencia lenta es un fenómeno no lineal que no se encuentra totalmente investigado en la actualidad.
- La fluencia lenta y la retracción dependen de una gran variedad de parámetros que no son conocidos de antemano.

### **2.2.1. RETRACCION.**

Es la disminución de volumen originada por la evaporación del agua no combinada químicamente del gel del cemento (masa coloidal de alta resistencia y muy homogénea resultante de la hidratación del cemento). Ocurre en los elementos de hormigón independientemente de su estado de tensión y es función de las tensiones capilares, del tiempo y de las condiciones climáticas, fundamentalmente temperatura y humedad relativa ambiente.

El hormigón recién elaborado contiene más agua que la requerida para la reacción química de la hidratación del cemento. Este exceso de agua es llamado agua libre, y su eliminación por evaporación durante el endurecimiento, produce un acortamiento gradual del elemento de hormigón con el tiempo. Este proceso se denomina retracción.

El Reglamento CIRSOC 201 (1984) define a la retracción como el acortamiento del hormigón descargado a medida que se pierde humedad, admitiéndose al efecto que el proceso no es influido por las tensiones actuantes sobre el hormigón.

La retracción depende de numerosas variables, siendo las más importantes: la cantidad de agua libre en la mezcla, la humedad relativa ambiente, la temperatura ambiente, el tipo de agregado empleado, el tamaño y forma del elemento estructural, y la composición del hormigón.

La retracción en el hormigón se debe principalmente a la contracción de la pasta de cemento, esto origina la aparición de tensiones internas diferenciales en la estructura del hormigón que llegan a producir microfisuras.

Ante la presencia de armaduras activas en estructuras pretensadas resulta de suma importancia la valoración de este fenómeno, pues al producir el acortamiento del elemento, se produce una pérdida de tensión en la armadura tesa y en consecuencia una disminución del efecto de pretensado.

La presencia de armaduras pasivas reduce la magnitud final de la retracción pues las mismas se oponen al acortamiento del hormigón.

En el hormigón pretensado, y de acuerdo a la modalidad del mismo pretensado, se tiene que:

- En el caso de armaduras pretensas hay que considerar el valor final total de la retracción.
- Cuando se tesa después de endurecido el hormigón (postesado) se puede reducir, por medio del curado, el acortamiento por retracción que acontece después del tesado.

### 2.2.1.1. Propuestas para efectuar la predicción de la retracción.

#### - Propuesta del American Concrete Institute (A.C.I.):

Para describir la retracción del hormigón el ACI emplea una función  $\varepsilon_s(t)$ , la cual crece con el tiempo en condiciones ambientales constantes tendiendo asintóticamente a un valor máximo que denomina deformación por retracción última  $\varepsilon_{SU}$  figura 2.1.(b).

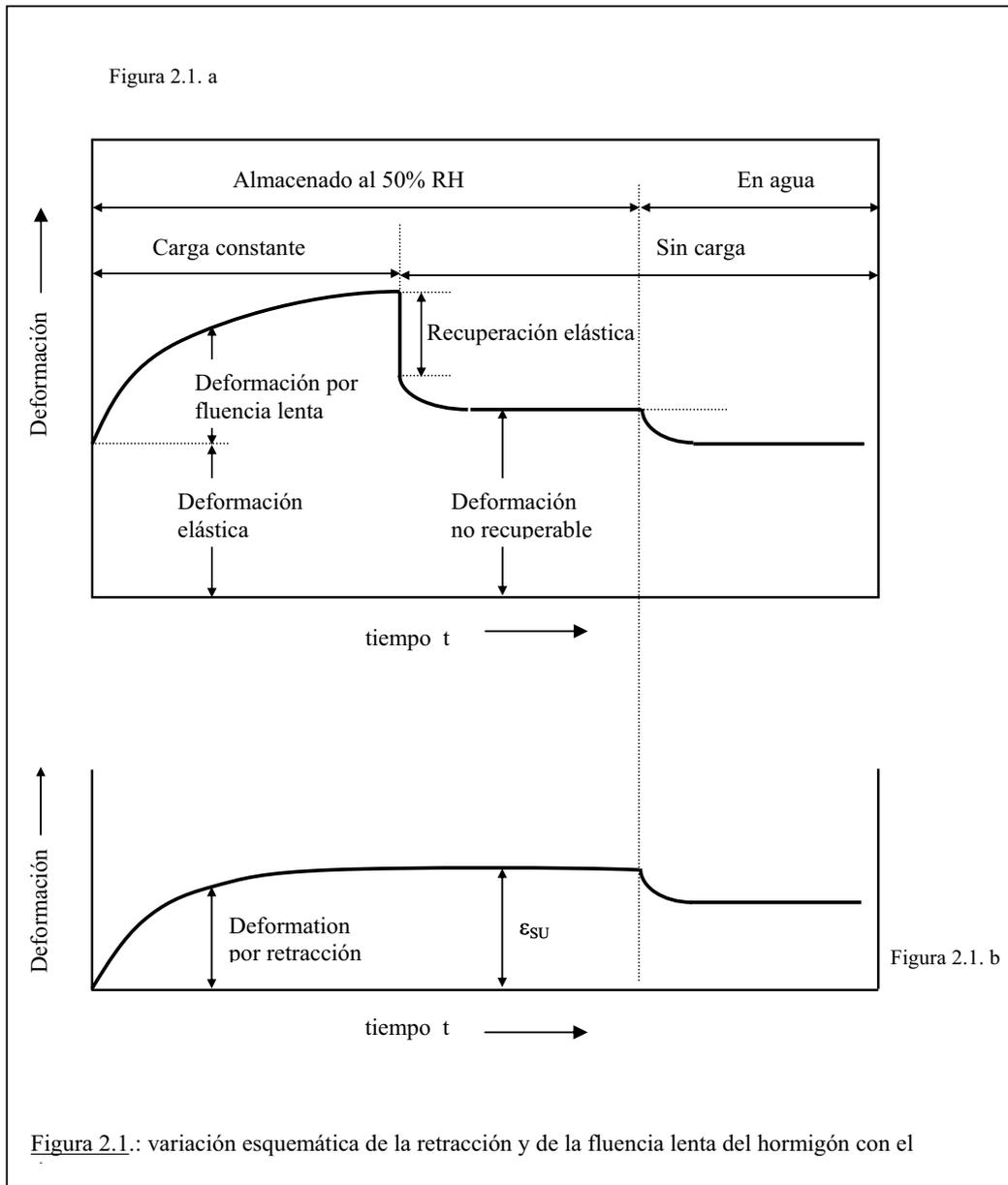
$$\varepsilon_{s(t)} = g(t) \cdot \varepsilon_{SU} \cdot K_{SH} \cdot K_{SS} \quad (2.1)$$

Donde:

$g(t)$  : función de tiempo, según ec. (2.2). Tiende a la unidad cuando  $t$  tiende al tiempo de servicio.

$K_{SH}$  : factor de corrección de humedad.

$K_{SS}$  : factor de forma.



La forma general de  $g(t)$  función del tiempo recomendada por ACI Committee 209 (Reapproved 1986) es en esencia la misma que la propuesta para predecir la evolución de la resistencia y de la deformación por fluencia lenta del hormigón:

$$g(t) = \frac{t^a}{b + c \cdot t^a} \quad (2.2)$$

Donde:

t: tiempo en días

a,b,c: constantes, cuyos valores dependen del fenómeno en estudio, tipo de hormigón, tipo de cemento y condiciones de curado, según Tabla 2.I .

Tabla 2.I: Relaciones recomendadas para propiedades tiempo-dependientes del hormigón.

Propiedad	Ecuación *	Valores de las Constantes	
		Curado Húmedo	Curado a Vapor
Resistencia a Compresión	Para $t \geq 1$ día $\sigma_{b(t)} = \frac{t}{b + c \cdot t} \cdot \sigma_{b(28)}$	Cemento tipo I $b = 4$ $c = 0.85$  Cemento tipo III $b = 2.3$ $c = 0.92$	Cemento tipo I $b = 1$ $c = 0.95$  Cemento tipo III $b = 0.70$ $c = 0.98$
Deformación por retracción	$\varepsilon_s(t) = \frac{t}{b + t} \cdot \varepsilon_{SU} \cdot K_{SH} \cdot K_{SS}$  $K_{SH}$ : Factor de corrección de humedad.  $K_{SS}$ : Factor de Forma	$40\% \leq H \leq 80\%$ $b = 35$ $t \geq 7$ días $K_{SH} = 1.40 - 0.01 H$ $K_{SS} = \text{ver **}$  $80\% \leq H \leq 100\%$ $b = 35$ $t \geq 7$ días $K_{SH} = 3 - 0.03H$ $K_{SS} = \text{ver **}$	$40\% \leq H \leq 80\%$ $b = 55$ $t \geq 1$ a 3 días $K_{SH} = 1.40 - 0.01H$ $K_{SS} = \text{ver **}$  $80\% \leq H \leq 100\%$ $b = 55$ $t \geq 1$ a 32 días $K_{SH} = 3 - 0.03H$ $K_{SS} = \text{ver **}$
Coefficiente de Fluencia Lenta	$C_c(t) = \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} \cdot C_{CU} \cdot K_{CH} \cdot K_{CA} \cdot K_{CS}$  $K_{CH}$ : Factor de corrección de Humedad. $K_{CA}$ : Factor de edad al cargar. $K_{CS}$ : Factor de Forma y tamaño. $t_A$ : Edad al cargar.	$t, t_A \geq 7$ días $H \geq 40\%$ $K_{CA} = 1.25 t_A^{-0.118}$ $K_{CH} = 1.27 - 0.0067H$ $K_{CS} = \text{ver **}$	$t, t_A \geq 1$ a 3 días $H \geq 40\%$ $K_{CA} = 1.13 t_A^{-0.095}$ $K_{CH} = 1.27 - 0.0067H$ $K_{CS} = \text{ver **}$

\* Válido para todos los sistemas de unidades, y H[%].

\*\* Naaman recomienda usar  $K_{SS} = K_{CS} 1.14 - 0.09(V/S)$

$K_{SS}$  : depende de la forma y tamaño del elemento considerado mediante la relación (V/S)  
Volumen/Superficie del elemento.

Puede omitirse en el cálculo si la menor dimensión del elemento es menor de 15cm.

$K_{CS}$ : factor de forma y tamaño. Se obtiene de Tabla 2.II.

Con fines prácticos se supone que la deformación por retracción última  $\varepsilon_{SU}$  se alcanza durante la vida útil de la estructura. Valores promedio de  $6 \times 10^{-4}$  y  $4 \times 10^{-4}$  son sugeridos por Naaman (1982) para hormigones comúnmente usados en elementos pretensados.

La función de tiempo  $g(t)$  tiende a uno cuando  $t$  tiende a  $t_1$  tiempo de servicio (vida útil) de la estructura.

La predicción de la retracción última está referida a condiciones estandar, y para su evaluación se debe emplear un factor que resulta del producto de diversos factores denominados de corrección. El mencionado factor depende de una variedad de coeficientes que tienen en cuenta las condiciones ambientales, dimensiones del elemento, el asentamiento del hormigón, el porcentaje de agregado fino, de cemento y de aire en el hormigón, y el tipo de curado del hormigón. Debido a la difícil predeterminación de estos coeficientes, el modelo puede presentar una gran dispersión frente al comportamiento real del elemento; por ello se recomienda escoger modelos más simples y confiables, Gutierrez (1994).

Para el coeficiente  $K_{CS}$ , pueden tomarse como referencia los valores dados por el PCI Committee on Prestress Losses (1975), en el cual se recomienda el empleo de factores de forma y tamaño, sugiriendo los valores numéricos que se indican en la Tabla 2.II:

Tabla 2.II: Factores de forma para fluencia lenta y retracción del hormigón.

Relación Volumen / Superficie (cm)	Factor de Forma y Tamaño $K_{CS}$	
	Fluencia Lenta	Retracción
2.54	1.05	1.04
5.1	0.96	0.96
7.6	0.87	0.86
10.2	0.77	0.77
12.7	0.68	0.69
15.2	0.68	0.60

- Propuesta del Comité Europeo del Hormigón (CEB), del Comité Europeo de Normas (CEN) y de CEB-FIP 1990:

En líneas generales la propuesta del CEN (1991) toma como base lo adoptado por el CEB-FIP Model Code 1990.

El modelo predice la retracción de una sección transversal de hormigón estructural sin considerar la no uniformidad de humedad y tensiones dentro de ella, el ajuste del mismo se hizo mediante resultados de ensayos experimentales.

Esta propuesta es válida para hormigón de peso normal, curado húmedo a temperatura normal durante no más de 14 días y expuesto a humedad relativa ambiente media en el rango 40 - 100% y temperatura media entre 5 y 30°C.

Se requieren los siguientes datos:

- Resistencia media o característica a compresión del hormigón.
- Dimensiones del elemento.
- Duración del secado.
- Humedad relativa ambiente media.
- Temperatura ambiente media.

La deformación debida a retracción (a temperatura normal) se calcula como:

$$\varepsilon_{CS}(t, t_s) = \varepsilon_{CS0} \cdot \beta_S(t - t_s) \quad (2.3)$$

Donde:

$\varepsilon_{CS0}$  : coeficiente de retracción básico, según ec. (2.4).

$\beta_S$  : coeficiente que describe el desarrollo de la retracción con el tiempo, según ec. (2.7).

$t$  : edad del hormigón en días.

$t_s$  : edad del hormigón en días, al terminar el curado (comienzo de la retracción).

El coeficiente de retracción básico se obtiene mediante:

$$\varepsilon_{CS0} = \varepsilon_{St(f_{cm})} \cdot \beta_{RH} \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_{St(f_{cm})} = [160 + \beta_{SC} \cdot (90 - f_{cm})] \cdot 10^{-6} \quad (2.5)$$

$\beta_{SC}$  : coeficiente que depende del tipo de cemento y que toma los siguientes valores:

$\beta_{SC} = 4$  cemento de endurecimiento lento (SL).

$\beta_{SC} = 5$  cemento de endurecimiento normal o rápido (N, R).

$\beta_{SC} = 8$  cemento de alta resistencia inicial (RS).

$f_{cm} \cong (f_{ck} + 8\text{MPa})$ : resistencia media a compresión del hormigón, en [MPa] a los 28 días.

$f_{ck}$ : resistencia característica a la compresión del hormigón.

$\beta_{RH}$ :  $-1.55 \cdot \beta_{SRH}$  ..... para  $40\% \leq RH < 99\%$  (curado en aire).

$\beta_{RH}$ :  $+0.25$  ..... para  $RH \geq 99\%$  (inmerso en agua).

$\beta_{SRH}$ : coeficiente que se define en función de la humedad relativa ambiente sobre el coeficiente de retracción básica.

$$\beta_{SRH} = 1 - \left[ \frac{RH}{100} \right]^3 \quad (2.6)$$

RH : humedad relativa ambiente media [%].

El coeficiente para el desarrollo de la retracción con el tiempo puede estimarse mediante:

$$\beta_{S(t-t_0)} = \left[ \frac{(t-t_s)}{0.035 \cdot h_o^2 + (t-t_s)} \right]^{0.5} \quad (2.7)$$

Donde:

$$h_o = 2 \cdot \frac{A_C}{u} \quad (2.8)$$

con:

$h_o$  : factor de forma, también denominado espesor ficticio [mm].

$A_C$  : área de la sección transversal del elemento estructural [mm<sup>2</sup>].

$u$  : perímetro del elemento estructural en contacto con la atmósfera [mm].

- Propuesta del Centro de Investigación de los Reglamentos Nacionales de Seguridad para las Obras Civiles (CIRSOC):

- Para considerar la influencia de la retracción, desde que se hace efectiva y hasta un tiempo  $t = \infty$ , se debe tener en cuenta el valor final  $\varepsilon_{So}$ , según Tabla 2.III.

Tabla 2.III: Coeficiente de retracción final, en función de la edad efectiva del hormigón y del espesor medio del elemento estructural.

Curva	Ambiente	Espesor medio $d_m = 2.A/u$
1	Húmedo al aire libre (humedad relativa ambiente del aire $\approx 70\%$ )	pequeño ( $\leq 10\text{cm}$ )
2		grande ( $\geq 80\text{cm}$ )
3	Seco en ambientes interiores (humedad relativa del aire $\approx 50\%$ )	pequeño ( $\leq 10\text{cm}$ )
4		grande ( $\geq 80\text{cm}$ )

Coefficiente de fluencia lenta final $\phi_\infty$	Retracción final $\epsilon_{S\infty}$
<p>Edad <math>t_0</math> del hormigón al aplicar</p>	<p>Edad <math>t_0</math> del hormigón en días</p>

Válida para hormigón que endurece bajo temperatura normal, preparado con cementos de resistencia a compresión de  $30\text{MN/m}^2$  ( $300\text{Kgf/cm}^2$ ) y  $40\text{MN/m}^2$  ( $400\text{Kgf/cm}^2$ ).

La influencia sobre la fluencia lenta de cementos de endurecimiento más lento o de endurecimiento más rápido puede contemplarse tomando para la edad del hormigón al aplicar la carga, los valores de esta tabla multiplicados por 0.5 o por 1.5, respectivamente.

- La retracción para un tiempo  $t \neq \infty$  se puede determinar mediante la siguiente ecuación:

$$\epsilon_{S,t} = \epsilon_{S\infty} \cdot [K_{S,t} - K_{S,t_0}] \tag{2.9}$$

Donde:

$\epsilon_{S\infty}$  : valor básico de la retracción, según Tabla 2.IV.

$K_S$  : coeficiente que contempla la variación de la retracción en el tiempo, según fig. 2.2.

$t$  : edad efectiva del hormigón al tiempo  $t$  estudiado.

$t_0$  : edad efectiva del hormigón en el momento a partir del cual se debe considerar la influencia de la retracción.

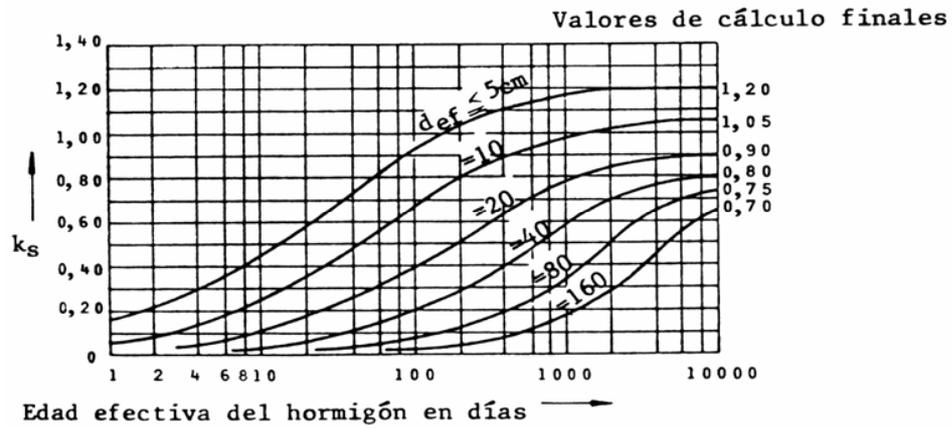


Figura 2.2: Coeficiente  $k_s$

Cuando el hormigón endurece a temperatura normal, la edad efectiva del mismo coincide con su edad real.

Para la determinación del espesor ficticio del elemento constructivo rige la siguiente expresión:

$$def = K_{ef} \cdot \frac{2 \cdot A_b}{u} \tag{2.10}$$

Donde:

$K_{ef}$ : coeficiente que contempla la influencia de la humedad sobre el espesor ficticio. Tabla 2.IV.

$A_b$ : área de la sección total de hormigón.

$u$  : perímetro de la sección expuesto al desecamiento.

Tabla 2.IV: Coeficiente básico de fluencia lenta y retracción básica en función del ambiente. Valores guía.

	1 Ambiente	2 Humedad relativa media del aire (%)	3 Coeficiente de fluencia lenta básico $\varphi_{f_0}$	4 Retracción básica $\epsilon_{s_0}$	5 Coeficiente $K_{ef}$
1	En agua		0.8	$+ 10 \cdot 10^{-5}$	30
2	En aire muy húmedo				

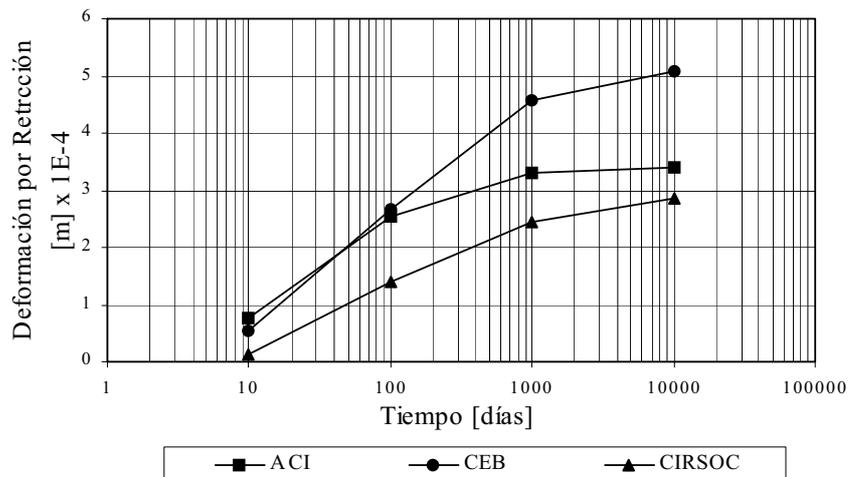
	(por ej. directamente sobre agua)	90	1.3	$- 13 \cdot 10^{-5}$	5.0
3	En general al aire libre	70	2.0	$- 32 \cdot 10^{-5}$	1.5
4	En aire seco (por ej. en ambientes interiores secos)	50	2.7	$- 46 \cdot 10^{-5}$	1.0

En la figura 2.3 se indican, para un caso particular, valores de la deformación por retracción que fueron determinados a partir de los modelos presentados por los Códigos y Reglamentos descritos anteriormente.

Los parámetros fijados fueron:

$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$  ;  $t_s = 7 \text{ días}$  ;  $RH = 60\%$  ;  $h_o = 85$

Se consideró el empleo de cemento normal

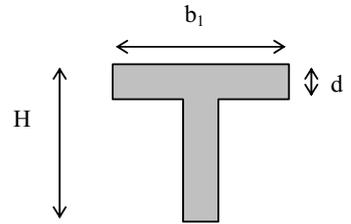


**Figura 2.3:** Comparación de la deformación por retracción según distintos modelos de predicción.

#### - Propuesta de Leonhardt:

Leonhardt (1977) indica que es posible resumir la influencia de varios factores (que afectan la retracción) en un único coeficiente de retracción  $K_s$ , y hacer depender de dicho coeficiente el valor final de la retracción. Para ello propone el siguiente factor característico:

$$KW = \frac{(W/Z) \cdot Z \cdot Mo}{\sqrt[3]{d}} = \frac{W \cdot Mo}{\sqrt[3]{d}} \quad (2.11)$$



Donde:

(W/Z) : relación agua/cemento (en peso).

Z : contenido de cemento ( $\text{Kg}/\text{m}^3$ ).

Mo : contenido de mortero = (Peso del árido entre 0 y 7mm) / (Peso del árido total)

d: espesor medio de la sección en cm.

Para el caso de secciones o estructuras con diferentes espesores, el valor de “d” resulta de la siguiente expresión:

$$d = \frac{\sum dn \cdot bn}{\sum bn} \quad (2.12)$$

dn: espesor.

bn: ancho de la sección expuesta al aire.

Ambos correspondientes a cada elemento independiente. Sin embargo suele ser decisivo el espesor de aquella pieza en la que está el cable.

Los valores normales de la retracción final se presentan en la figura 2.4 en función de las condiciones ambientales.

La influencia del factor KW se tiene en cuenta afectando el valor final de la retracción por el coeficiente de retracción Ks que se obtiene de la figura 2.5.

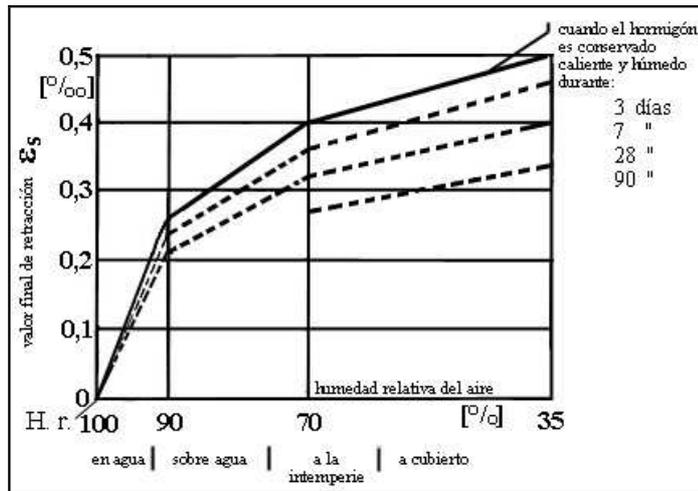


Figura 2.4: Influencia de la duración del mantenimiento de la humedad, sobre el valor final de la retracción de un hormigón medio de factor  $KW=30$ , para diferentes humedades relativas.

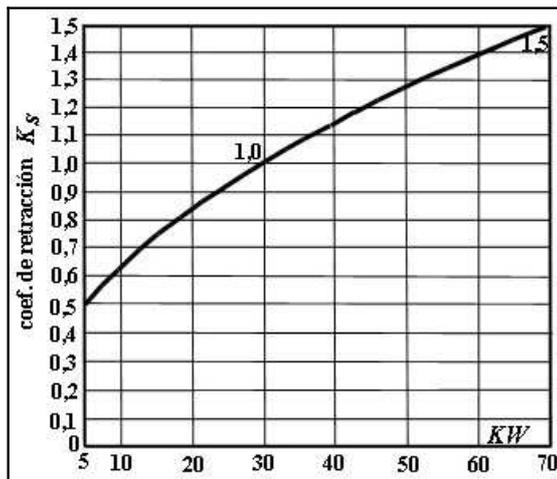


Figura 2.5: Coeficiente de retracción  $k_s$ , en función del factor:

$$KW = W/Z \cdot Z \cdot M_o / \sqrt[3]{d}$$

para la obtención del valor final previsible de la retracción:

$$\epsilon_f = k_s \cdot \epsilon_s$$

La deformación por contracción de un hormigón se incrementa con el tiempo hasta un valor último, asociado generalmente con la vida de servicio del elemento.

- Propuesta de Almudaiheem y Hansen:

Almudaiheem y Hansen. (1987 y 1989), indican que el efecto del tamaño y de la forma del elemento sobre la retracción en el tiempo puede predecirse con buena precisión empleando la

ecuación modificada de Ross. De acuerdo con esa ecuación la deformación por retracción  $\varepsilon_{sh}(t)$ , en cualquier tiempo 't', está relacionada con la deformación por retracción última  $(\varepsilon_{sh})_{\infty}$  según:

$$\varepsilon_{sh}(t) = \frac{t}{N_s + t} \cdot (\varepsilon_{sh})_{\infty} \quad (2.13)$$

Donde:

t : tiempo en días

$N_s$  : tiempo en días hasta alcanzar la mitad de la retracción última.

La propuesta es una expresión modificada de la que presenta ACI 209, ya que sólo cambia el parámetro relacionado con el efecto tamaño.

Hansen y Mattock (1966) establecen que el tiempo para alcanzar la contracción media es linealmente proporcional a la relación volumen / superficie cuando se grafica  $N_s$  en escala logarítmica:

$$N_s = 0.33 \cdot \exp(0.522 \cdot (V/S)) \quad \text{para } V/S \leq 7.6\text{mm} \quad (2.14)$$

$$N_s = 13.28 \cdot \exp(0.030 \cdot (V/S)) \quad \text{para } V/S \geq 7.6\text{mm} \quad (2.15)$$

Concluyen indicando que la retracción por secado última de elementos estructurales puede ser estimada con las curvas: 'contracción por secado - tiempo de secado' de pequeños especímenes de laboratorio, con la misma proporción de materiales componentes de la mezcla de hormigón que el de los elementos estructurales.

Además Almudaiheem y Hansen (1987) proponen un modelo constitutivo desarrollado por Hansen. Consideran al hormigón como material compuesto formado por dos fases: una matriz activa de retracción (cemento hidratado) y una fase de partículas, formada por agregado y cemento anhidro, dispersas dentro de la matriz. El modelo de retracción en cuestión responde a la siguiente expresión:

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} = 0.5 \cdot (1 - V_d) \cdot \left[ \frac{1}{1 - V_d + K_m \cdot V_d} + (1 - V_d) + \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{m} \cdot V_d \right] \quad (2.16)$$

Donde:

$\varepsilon_c$  : retracción última del hormigón. Equivale a  $(\varepsilon_{sh})_\infty$  de la ec. (2.13).

$\varepsilon_p$  : retracción última de la pasta de igual relación agua/cemento que el hormigón.

$V_d$  : volumen de la fase de partículas dispersas (agregado y cemento anhidro).

$m$  : relación de módulos (entre el módulo elástico de la fase de partículas dispersas y productos de hidratación).

$$K = \frac{1 - 2 \cdot \nu_p}{1 - 2 \cdot \nu_d} \quad (2.17)$$

Donde:

$\nu_p$  : coeficiente de Poisson de la pasta.

$\nu_d$  : coeficiente de Poisson de la fase de partículas dispersas.

$$V_d = \left[ \frac{1 - \alpha}{1 + \frac{w}{c} \cdot \left( \frac{\rho_c}{\rho_{H_2O}} \right)} \right] \cdot \left( \frac{V_p}{V_c} \right) + \frac{V_a}{V_c} \quad (2.18)$$

Donde:

$\rho_c$  : densidad del cemento.

$\rho_{H_2O}$  : densidad del agua.

$V_p$  : volumen de la pasta.

$V_a$  : volumen de agregado.

$V_c$  : volumen de hormigón.

$\alpha$  : grado de hidratación relativa.

Debido a que la retracción por secado de los productos de hidratación  $\varepsilon_p$  de igual relación w/c que el hormigón, es desconocida, la retracción por secado última del hormigón es determinada en dos pasos:

1ro.) Desde la ecuación (2.16) se calcula la retracción relativa de la pasta de cemento parcialmente hidratada ( $\varepsilon_c/\varepsilon_p$ ). La pasta debe tener igual relación w/c y grado de hidratación que el hormigón. Para la pasta el  $V_d$  volumen relativo se obtiene de la ec. (2.18), teniendo en cuenta que:

$$V_p/V_C = 1 \text{ y que } V_a/V_C = 0.$$

2do.) Se calcula la relación de retracción relativa del hormigón desde la ec. (2.16) teniendo en cuenta el valor de  $V_d$  que se obtiene mediante la ec. (2.18).

Posteriormente la retracción por secado última del hormigón es calculada a partir de las dos relaciones y de la medición de la retracción de la pasta, mediante la siguiente ecuación:

$$(\varepsilon_c)_C = \varepsilon_p \cdot \frac{\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p}\right)_C}{\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p}\right)_p} \quad (2.19)$$

#### - Propuesta de Bazant y Baweja (1994)

Presentan un modelo de predicción de retracción del hormigón con expresiones para parámetros empíricos representando la influencia de la composición y de la resistencia del hormigón, sobre sus deformaciones diferidas.

El modelo representa una simplificación mejorada de modelos previos de Bazant, indicando que esta simplificación se da sin pérdida importante de exactitud.

La deformación por retracción media en la sección transversal es:

$$\varepsilon_{Sh}(t, t_0) = \varepsilon_{Sho} \cdot K_h \cdot S \quad (2.20)$$

Donde:

S : curva de tiempo.

$$S = \tanh \sqrt{\frac{(t - t_0)}{\tau_{Sh}}} \quad (2.21)$$

$t$  : tiempo, que representa la edad del hormigón.

$t_0$  : edad del hormigón al comenzar el secado.

$K_h$ : coeficiente que depende de la humedad.

$$K_h \begin{cases} 1 - h^3 & \text{para } h \leq 0.98 \\ -0.2 & \text{para } h = 1 \\ \text{interpolación lineal} & \text{para } 0.98 < h < 1 \end{cases}$$

$h$ : humedad relativa ambiente

$\tau_{sh}$  : contracción a tiempo medio.

$$\tau_{sh} = \frac{(0.45 \cdot D^2)}{C_1} \quad (2.22)$$

$D$ : espesor efectivo de la sección transversal (mm)

$$D = (2 \cdot V) / S$$

$V/S$  : relación volumen / superficie (mm)

$$C_1 = 10 \cdot \left(\frac{t_0}{7}\right)^{0.08} \cdot \left(\frac{f'_c}{1000}\right)^{1/4} \quad (2.23)$$

$f'_c$  : resistencia cilíndrica estandar a los 28 días (psi).

La deformación por retracción final incluyendo el efecto de envejecimiento y la microfisuración puede ser calculada, aproximadamente, mediante las siguientes fórmulas empíricas:

$$\varepsilon_{\infty} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot [0.026 \cdot w^{2.1} \cdot (f'_c)^{-0.28} + 0.27] \quad \text{en } 10^{-3} \quad (2.24)$$

donde:

$$\alpha_1 \begin{cases} 1.00 & \text{para cemento Tipo I} \\ 0.85 & \text{para cemento Tipo II} \\ 1.10 & \text{para cemento Tipo III} \end{cases}$$

$$\alpha_2 \left\{ \begin{array}{l} 0.75 \text{ para especímenes curados a vapor} \\ 1.00 \text{ para especímenes curados en agua } H=100\% \\ 1.20 \text{ para especímenes sellados durante el curado} \end{array} \right.$$

w: contenido de agua (lib/ft<sup>3</sup>)

Para considerar el efecto de la edad y la microfisuración:

$$\varepsilon_{sh\infty} = \varepsilon_{s\infty} \cdot \frac{E(7 + 600)}{E(t_o + \tau_{sh})} \quad (2.25)$$

donde:

$$E(t) = E(28) \cdot \left( \frac{t}{4 + 085 \cdot t} \right)^{0.5} \quad (2.26)$$

- Propuesta de Basma y Abdel-Jawad:

Basma y Abdel-Jawad (1995) proponen un modelo simplificado para estimar la retracción última del hormigón, el cual está basado en la teoría de la elasticidad y en el empleo de técnicas de probabilidad.

Los autores presentan una ecuación, ec. (2.27), para la retracción relativa  $R_{cp}$ , expresada como el cociente entre la deformación del hormigón y la deformación de la pasta de cemento. En dicha relación intervienen el grado de hidratación  $\alpha$ , el volumen de la fracción de agregado  $V_a$ , y la relación agua/cemento.

$$R_{cp} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} = (0.541 + 0.4 \cdot \alpha - 0.94 \cdot V_a) \quad (2.27)$$

Mediante resultados de trabajos experimentales establecieron la siguiente expresión para determinar el grado de hidratación:

$$\alpha = 0.357 + 0.111 \cdot \ln(t_c) + 0.005 \cdot T_c + 0.084 \cdot \ln\left(\frac{w}{c}\right) \quad (2.28)$$

Donde:

$t_c$  : período de curado en días.

$T_c$  : temperatura de curado en °C.

Para determinar la retracción última toman como referencia el método propuesto por Hansen-Almudaiheem (1987).

Para concluir, tanto la propuesta de Almudaiheem y Hansen como la de Basma y Abdel-Jawad, requieren de la determinación experimental del valor de la retracción de la pasta de cemento  $\varepsilon_p$ .

- Propuesta de Iglesias C. (1995):

Cuando la sección transversal de un elemento estructural se constituye en dos fases, haciendo solidaria la segunda de la primera (como es el caso que trata esta Tesis), cada una de las partes considerada individualmente, quiere llevar a cabo las deformaciones diferidas que le corresponderían en el caso de encontrarse aislada del resto de la sección; deformaciones por retracción y por fluencia lenta, que no tienen en principio, por que ser compatibles entre sí.

Dado que ambas partes son solidarias, las fibras que están en contacto desarrollan idéntica deformación longitudinal y curvatura. El estado de autotensión que se desarrolla en cada parte, corresponde a la diferencia entre la deformación de conjunto que toma la sección total y la deformación propia o ficticia que tendría cada parte considerada aisladamente.

En ese trabajo Iglesias, indica que los materiales constituyentes pueden ser cualesquiera de los cuatro que habitualmente aparecen en la construcción de puentes, es decir, hormigones de diferentes edades, acero pasivo, activo y acero estructural.

Las tipologías transversales pueden ser todas las clásicas de la tecnología actual de construcción de puentes, que resultan de la combinación de los cuatro materiales anteriormente citados, es decir, secciones transversales armadas o pretensadas, o secciones mixtas armadas o pretensadas.

Iglesias, presenta un método de resolución paso a paso para el cual presenta las siguientes expresiones:

$$\varepsilon = \frac{C_{11} \cdot A_{22} - A_{12} \cdot C_{21}}{A_{11} \cdot A_{22} - A_{12} \cdot A_{21}} \quad (2.29)$$

$$\varpi = \frac{A_{11} \cdot C_{21} - A_{21} \cdot C_{11}}{A_{11} \cdot A_{22} - A_{12} \cdot A_{21}} \quad (2.30)$$

Los coeficientes auxiliares  $A_{ij}$  y  $C_{ij}$  poseen las siguientes expresiones:

$$A_{11} = \frac{1}{A_1} \cdot \sum_{i=1}^N A_i \cdot E_i \quad (2.31)$$

$$A_{12} = \frac{1}{A_1} \cdot \sum_{i=1}^N A_i \cdot E_i \cdot a_i \quad (2.32)$$

$$C_{11} = \frac{1}{A_1} \cdot \left[ \sum_{i=1}^N A_i \cdot E_i \cdot \varepsilon_i + \sum_{i=1}^N A_i \cdot E_i \cdot a_i \cdot \varpi_i \right] \quad (2.33)$$

$$A_{21} = \frac{1}{I_1} \cdot \sum_{i=1}^N A_i \cdot E_i \cdot a_i \quad (2.34)$$

$$A_{22} = \frac{1}{I_1} \cdot \sum_{i=1}^N (A_i \cdot a_i^2 + I_i) \cdot E_i \quad (2.35)$$

$$C_{21} = \frac{1}{I_1} \cdot \left[ \sum_{i=1}^N A_i \cdot E_i \cdot a_i \cdot \varepsilon_i + \sum_{i=1}^N (A_i \cdot a_i^2 + I_i) \cdot E_i \cdot \varpi_i \right] \quad (2.36)$$

Se establece que conociendo la deformación longitudinal y la curvatura ( $\varepsilon_i$ ,  $\varpi_i$ ), que desarrollaría cada capa  $i$  que integra la sección transversal considerada por separado, se puede deducir el valor de la deformación longitudinal y la curvatura total ( $\varepsilon$ ,  $\varpi$ ), de la sección transversal formada por todas las capas  $i$ .

En las ecuaciones anteriores  $E_i$  es el módulo instantáneo de la parte  $i$  en el instante  $t$ , por lo que los coeficientes  $A_{ij}$  dependen del tiempo, cuando el módulo de elasticidad es variable. Si se consideran materiales sin envejecimiento, entonces  $E_i$  es constante y no importa

la edad de cada parte en el momento de la puesta en carga, pudiendo obtener directamente lo que sucede a tiempo infinito sustituyendo el módulo instantáneo por un módulo diferido.  $A_i$  es el área de la sección transversal de la capa  $i$ .

Iglesias presenta, además una aplicación a una sección hormigonada en dos fases. Para ello aplica las ecuaciones (2.29) a (2.36) para  $i=2$  y supone  $E_1 = E_2$ , lo que implica no considerar la variación del módulo de elasticidad, o sea, supone el material sin envejecimiento. Indica que estas hipótesis permiten obtener expresiones muy sencillas para calcular una cota del lado de la seguridad, tanto de los efectos de retracción como de fluencia lenta.

Para el caso particular de la retracción tiene en cuenta las siguientes consideraciones:

- Supone que la parte 1 (viga prefabricada) ya ha realizado toda su retracción.
- Las deformaciones de cada parte son las siguientes:

$$\varepsilon_1 = 0$$

$$\varpi_1 = 0$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_r$$

$$\varpi_2 = 0$$

- Supone que la capa 1, con centro de gravedad  $G_1$  es la que se hormigona en primer lugar, las otras capas, con centro de gravedad en  $G_2$  se sitúan geoméricamente respecto de la primera dando la distancia  $a_2$ :

$$a_1 = 0$$

$$a_2 = \overline{G_1 G_2}$$

Las deformaciones de la sección completa ( $\varepsilon$ ,  $\varpi$ ), resultan:

$$\varepsilon = \frac{\frac{A_2}{A_1} + \frac{A_2 \cdot I_2}{A_1 \cdot I_1}}{1 + \frac{I_2}{I_1} + \frac{A_2 \cdot a_2^2}{I_1} + \frac{A_2}{A_1} \cdot \left(1 + \frac{I_2}{I_1}\right)} \cdot \varepsilon_r \quad (2.37)$$

$$\bar{\omega} = \frac{\frac{A_2 \cdot a^2}{I_1}}{1 + \frac{I_2}{I_1} + \frac{A_2 \cdot a^2}{I_1} + \frac{A_2}{A_1} \cdot \left(1 + \frac{I_2}{I_1}\right)} \cdot \varepsilon_r \quad (2.38)$$

donde:

$\varepsilon_r$  : deformación por retracción de la capa correspondiente (en este caso particular de la 2).

I : momento de inercia de la sección de la capa considerada.

### 2.2.2. FLUENCIA LENTA (CREEP).

El Reglamento CIRSOC define a la fluencia lenta como el incremento de la deformación en función del tiempo a tensión constante, la cual depende principalmente de las condiciones higrométricas del ambiente, de las dimensiones de la pieza y de la composición del hormigón. Depende también del grado de endurecimiento del hormigón a la edad en que se aplican las cargas, y de la magnitud y duración de las mismas.

La fluencia lenta depende de más factores que la retracción: la composición granulométrica, la forma de grano, el tipo de roca de los áridos, el contenido de cemento, la clase de cemento, la relación agua/cemento, el grado de compactación, el grado de endurecimiento o edad química antes de entrar en carga, la temperatura y humedad durante el endurecimiento y durante el proceso de carga, las dimensiones del elemento en cuestión y la magnitud de la sollicitación, (Leonhardt -1977).

Si se retira la carga sostenida aplicada, la deformación disminuye instantáneamente en cantidad igual a la deformación elástica a determinada edad. También una parte de la deformación por fluencia lenta es recuperable, gradualmente, con el tiempo y otra parte remanente es irrecuperable (figura 2.1.a). La fluencia y la recuperación de la misma son fenómenos relacionados entre sí.

En el gel del cemento existe agua en los siguientes estados:

- a). agua combinada químicamente
- b). agua coloidal en los microporos del gel
- c). agua libre en los capilares

La deformación diferida o fluencia lenta está relacionada con el movimiento (eliminación) del agua coloidal ubicada en los microporos del gel (b). Bajo este estado de composición el agua contenida en los microporos del gel es impelida hacia los capilares y desde allí a la superficie donde se evapora, lo que trae aparejada una disminución del volumen del gel.

Por su parte, la contracción de fraguado o retracción ocurre en el hormigón independientemente del estado de tensión y es un proceso durante el cual se evapora el agua no combinada químicamente contenida en los capilares (c). Es por lo tanto una función de las tensiones capilares, como también de la edad del hormigón y de las condiciones climáticas.

En rigor, la retracción y la fluencia no son fenómenos independientes sobre los que se puede aplicar el principio de superposición. Sin embargo, desde el punto de vista práctico resulta conveniente estudiar ambos procesos por separado.

El comportamiento de fluencia es particularmente importante en elementos de hormigón pretensado ya que dicha deformación disminuye los efectos del pretensado, produciendo pérdidas significativas de tensión en el acero e incrementos en las flechas iniciales de elementos flexados.

El mecanismo físico que gobierna el problema no se conoce en forma suficiente como para deducir leyes constitutivas a partir de un nivel microscópico (CEB 1990). Sin embargo, en base a ensayos, se ha logrado describir el comportamiento de deformación del hormigón a nivel macroscópico. En este sentido, se han podido formular modelos empíricos de fluencia lenta, alguno de los cuales han alcanzado un grado considerable de sofisticación.

En el supuesto caso en que el comportamiento no lineal de fluencia lenta del hormigón pudiera ser modelado correctamente, las relaciones constitutivas serían extremadamente complicadas e imposibles de reproducir en códigos o reglamentos de construcción. Además, una aproximación lineal es, muchas veces, aceptable a los fines de interés práctico (CEB 1990).

No es por ello de asombrarse que, a pesar de los muchos ensayos de fluencia realizados, solo se hayan alcanzado conocimientos incompletos, por lo cual en el cálculo del valor de la fluencia hay que recurrir a hipótesis simplificativas.

#### **2.2.2.1. PROPUESTAS PARA EFECTUAR LA PREDICCIÓN DE LA FLUENCIA LENTA**

##### **- Propuesta del American Concrete Institute (ACI)**

El ACI Committee 209 (1971) recomienda el empleo de una función del tiempo de forma análoga a la utilizada para retracción, la cual se encuentra reproducida en la Tabla 2.I, donde se

clarifican las condiciones de aplicación. Con esta función se relaciona el coeficiente de fluencia lenta en cualquier tiempo  $t$  con el coeficiente de fluencia lenta último. Además se introducen factores de corrección para facilitar su uso en el diseño. El factor  $K_{CA}$ , llamado coeficiente de madurez de fluencia lenta o factor de edad al cargar, tiene en cuenta la edad del hormigón  $t_A$  en el momento de efectuarse la puesta en carga; el factor de corrección de humedad  $K_{CH}$  tiene en cuenta la humedad relativa ambiente, y finalmente el factor de forma y tamaño  $K_{CS}$ , tiene en cuenta la forma y tamaño del elemento. El factor  $K_{CS}$  puede obtenerse de la Tabla 2.II en la que se hallan los valores recomendados por el PCI Committee on Prestress Losses (1975). El efecto de la edad al momento de aplicar la carga, según L'Hermite (1961), se ilustra en la figura 2.6.

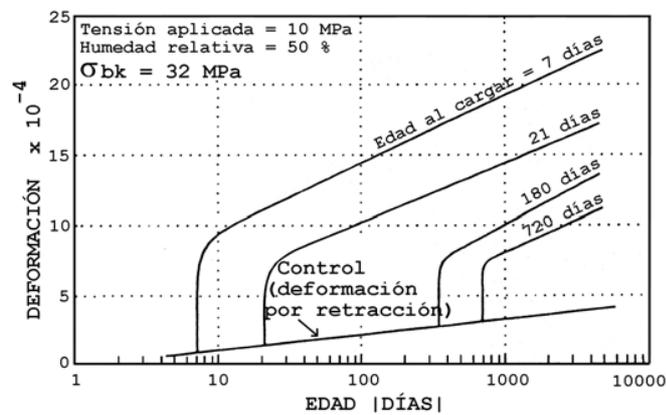


Figura 2.6: Efecto de la edad de carga sobre la fluencia lenta del

Para condiciones normales y en el caso de que no se disponga de mayor información se propone un valor medio para el coeficiente de fluencia lenta  $C_{CU}$  igual a 2.35, (Naaman, 1982).

Winter-Nilson (1979) proponen los valores del coeficiente de fluencia lenta último, que se indican en la Tabla 2.V, en función de la resistencia a compresión.

Tabla 2.V: Valores típicos del coeficiente de fluencia lenta final.

Resistencia a la compresión [Mpa]	Coficiente de Fluencia Lenta último ( $C_{CU}$ )
20.7	3.10
27.6	2.90
34.5	2.65
41.4	2.40
48.3	2.20
55.2	2.00

Además en el código del ACI Committee 209 el coeficiente de fluencia lenta representa la relación entre la deformación por fluencia lenta en el tiempo  $t$  y la deformación inicial en el instante  $t_A$ .

$$\varphi_o(t, t_A) = \frac{\varepsilon_{cc}(t, t_A)}{\frac{\sigma_A}{E_c(t_A)}} \quad (2.39)$$

donde:

El denominador representa la deformación inicial en el tiempo  $t_A$ .

$t_A$  : edad del hormigón en el momento de aplicación de la carga (días).

$\varepsilon_{cc}(t, t_A)$ : deformación por fluencia lenta en función del tiempo a partir del tiempo  $t_A$ .

$E_c(t_A)$ : módulo de elasticidad del hormigón en el tiempo  $t_A$  que puede ser estimado a partir de la resistencia media a la compresión  $f_{cm}(t_A)$  y el peso unitario  $\rho$  del hormigón mediante la

ecuación:

$$E_c(t_A) = 0.04326 \cdot \sqrt{\rho^3 \cdot f_{cm}(t_A)} \quad (2.40)$$

con:  $E_c(t_A)$ ,  $f_{cm}(t_A)$  en [MPa] y  $\rho$  en [Kg/m<sup>3</sup>].

donde:

$$f_{cm}(t_A) = \frac{t_A}{a + b \cdot t_A} \cdot f_{cm28} \quad (2.41)$$

Las constantes  $a$  y  $b$  dependen del tipo de cemento:

$a = 4$  .....  $b = 0.8$  ..... cemento normal.

$a = 2.3$  .....  $b = 0.92$  ..... cemento de endurecimiento rápido.

- Propuesta del CEB-FIP Model Code 1990.
- Propuesta del CEN (Comite Europeo de Normas) - Eurocode 2.

En líneas generales, y fundamentalmente en los procedimientos, ambos códigos coinciden; en el siguiente texto se describen destacando e individualizando las diferencias entre ambos.

- Definiciones y Relaciones Básicas.

La deformación de fluencia lenta del hormigón  $\varepsilon_{CC}(t, t_0)$ , que se desarrolla entre el tiempo  $t$  y  $t_0$ , debido a la acción de una tensión constante  $\sigma_b(t_0)$  aplicada en el tiempo  $t_0$ , se puede calcular con:

$$\varepsilon_{CC}(t, t_0) = \frac{f_{c(t_0)}}{E_C} \cdot \varphi(t, t_0) \quad (2.42)$$

Donde:

$\varphi(t, t_0)$  : es el coeficiente de fluencia lenta que se evalúa con el modelo descrito más adelante.

$E_C$  : módulo de elasticidad del hormigón a los 28 días en  $[N/mm^2]$ .

Para hormigón de peso normal, el módulo tangente de elasticidad, a la edad de 28 días se calcula en base a la resistencia media del hormigón a compresión mediante:

$$E_C = 10000 \cdot (\sigma_{bm})^{1.6} \quad (2.43)$$

Donde:

$f_{cm}$  : Resistencia media del hormigón a 28 días, en  $[N/mm^2]$ , determinada en probeta cilíndrica de 0.15m de diámetro y 0.30m de altura (según normas ISO 1920, 2736/2 y 4012).

La resistencia media se puede relacionar con la resistencia característica (resistencia que es igualada o superada por el 95% de las probetas) por medio de:

$$f_{bm} = f_{bk} + 8MPa \quad (2.44)$$

La ecuación (2.43) es válida para hormigones con agregados cuárcicos. Debiéndose emplear coeficientes de corrección cuando se trate de otro tipo de agregados.

El módulo de elasticidad del hormigón a una edad distinta de 28 días puede ser estimado con:

$$E_c(t) = \beta_E(t) \cdot E_c \quad (2.45)$$

Donde:

$$\beta_E(t) = e^{s \cdot \left(1 - \frac{5.3}{t^{0.5}}\right)} \quad (2.46)$$

donde:

$\beta_E(t)$  : coeficiente adimensional que depende de la edad 't' del hormigón expresada en días.

s : coeficiente que depende del tipo de cemento y se puede extraer de Tabla 2.VI.

$E_b(t)$  : módulo de elasticidad del hormigón a una edad de "t" días.

Tabla 2.VI : Coeficiente "s" según el tipo de cemento.

s	Característica del Cemento	Abreviatura
0.20	Endurecimiento rápido, alta resistencia	RS
0.25	Endurecimiento normal	N , R
0.38	Endurecimiento lento	SL

Las expresiones del módulo elástico se desarrollaron para una temperatura de referencia de 20°C.

El coeficiente de fluencia lenta puede calcularse mediante:

$$\varphi_{(t, t_0)} = \varphi_0 \cdot \beta_c(t - t_0) \quad (2.47)$$

Donde:

$\varphi_0$  : coeficiente básico de fluencia lenta, según ecuación (2.48).

$\beta_c$  : coeficiente para describir el desarrollo de la fluencia lenta con el tiempo, ec. (2.52).

t : edad del hormigón en días en el momento considerado.

$t_0$  : edad del hormigón en días al aplicar la carga.

El Código CEB-FIP 1990 (MC90) presenta el siguiente Modelo de Fluencia Lenta para predecir el comportamiento tiempo - dependiente promedio del hormigón simple bajo sollicitación de compresión uniaxial. Es aplicable a necesidades comunes de diseño.

Es válido para hormigón estructural, de peso normal, con curado húmedo, a temperatura normal, y sometido a tensiones que no excedan  $0.4\sigma_b(t_0)$ , a la edad de carga  $t_0$  y expuesto a condiciones de humedad relativa media en el rango 40 - 100% y temperaturas en el rango 5 - 30°C.

Para calcular el coeficiente de fluencia lenta se requiere la siguiente información:

- Resistencia media o característica del hormigón.
- Dimensiones del elemento.
- Humedad relativa media.
- Edad de carga.
- Duración de la carga.

Las relaciones para calcular el coeficiente de fluencia lenta que presenta, son empíricas y fueron calibradas sobre la base de ensayos de laboratorio sobre hormigones estructurales.

Considera al hormigón como un material visco-elástico-lineal.

El coeficiente básico de fluencia lenta (creep básico) puede estimarse con la expresión:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (2.48)$$

donde:

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{(1 - RH / 100)}{(0.10 \cdot \sqrt[3]{h_0})} \quad (2.49)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (2.50)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0.1 + t_0^{0.20})} \quad (2.51)$$

$$h_o = 2 \cdot \frac{A_C}{u} \quad : \text{ espesor efectivo del elemento [mm]}$$

$f_{cm}$  : resistencia media a la compresión del hormigón a los 28 días, en MPa/m<sup>2</sup>,

$$f_{cm} \cong f_{ck} + 8 \text{MPa}$$

$f_{ck}$  : resistencia característica a la compresión del hormigón a los 28 días [MPa].

RH : humedad relativa ambiente en %.

$A_C$  : sección transversal.

$u$  : perímetro del elemento en contacto con la atmósfera.

$\phi_{RH}$  : factor que tiene en cuenta el efecto de la humedad relativa ambiente y las dimensiones del elemento.

$\beta(f_{cm})$  : factor que tiene en cuenta el efecto de la resistencia del hormigón.

$\beta(t_o)$  : factor que tiene en cuenta el efecto de la edad del hormigón en el momento de aplicación de la carga.

$t_o$  : edad del hormigón en el instante de aplicación de la carga [días].

El coeficiente que describe el desarrollo de la fluencia lenta en función del tiempo, después de la aplicación de la carga, puede estimarse por medio de:

$$\beta_C(t - t_o) = \left[ \frac{(t - t_o)}{\beta_H + (t - t_o)} \right]^{0.3} \quad (2.52)$$

Donde:

$\beta_H$  : coeficiente que depende de la humedad relativa (RH en %) y del tamaño del elemento.

Puede estimarse con la expresión:

$$\beta_H = 1.5 \cdot \left[ 1 + (0.012 \cdot RH)^{18} \right] \cdot h_o + 250 \leq 1500 \quad (2.53)$$

$t$  : edad del hormigón en el tiempo considerado [días].

Si  $\beta_H > 1500$ , se toma  $\beta_H = 1500$ .

El efecto del tipo de cemento y de la temperatura de curado sobre el coeficiente de fluencia lenta del hormigón puede considerarse modificando la edad de carga  $t_0$  en la ecuación (2.51) de acuerdo con la ecuación (2.54), donde a  $t_0$  se la denomina valor inicial ajustado:

$$t_{0,T} = t_{0,T} \cdot \left[ \frac{9}{2 + (t_{0,T})^{1.2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0.5 \quad (2.54)$$

donde:

$t_{0,T}$  : edad del hormigón (ajustada a la temperatura) al aplicar la carga en días de acuerdo a la ecuación (2.55).

$\alpha$  : coeficiente que depende del tipo de cemento.

$\alpha = 1$  para cemento de endurecimiento rápido, y alta resistencia.

$\alpha = 0$  para cemento normal o de endurecimiento rápido.

$\alpha = -1$  para cemento de endurecimiento lento.

El efecto de temperaturas elevadas o reducidas en el rango de 0 - 80 °C sobre la madurez del hormigón, puede tomarse en consideración ajustando la edad del hormigón de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$t_{0,T} = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \cdot e^{-\left[ \frac{4000}{273+T(\Delta t_i)} - 13.65 \right]} \quad (2.55)$$

Donde:

$T(\Delta t_i)$  : temperatura en °C durante el periodo de tiempo  $\Delta t_i$  .

$\Delta t_i$  : número de días durante los cuales prevalece una temperatura media diaria T.

n : número de intervalos de tiempo considerados.

Los valores de  $\varphi(t, t_0)$  dados, deberían asociarse con el módulo tangente:

$$E_{C(28)} = 1.05 \cdot E_{cm}$$

Cuando pueda considerarse satisfactoria una estimación de menor exactitud, se pueden adoptar los valores de  $\phi$  dados en la Tabla 2.VII para determinar la deformación por fluencia lenta del hormigón.

Tabla 2.VII : Coeficiente de fluencia lenta final de hormigón de peso normal.

$\phi(\infty, t_0)$  dados por CEN

$[\phi(70, t_0)]$  dados por CEB-FIP MODEL CODE 1990

Edad al momento de aplicación de la carga $t_0$ (días)	Factor de Forma = $2 \cdot A_C / u$ (mm)			Factor de Forma = $2 \cdot A_C / u$ (mm)		
	50	150	600	50	150	600
	condiciones de secado RH = 50%			condiciones de humedad atmosférica RH = 80%		
1	5.5 [5.8]	4.6 [4.8]	3.7 [3.9]	3.6 [3.8]	3.2 [3.4]	2.9 [3.0]
7	3.9 [4.1]	3.1 [3.3]	2.6 [2.7]	2.6 [2.7]	2.3 [2.4]	2.0 [2.1]
28	3.0 [3.1]	2.5 [2.6]	2.0 [2.1]	1.9 [2.0]	1.7 [1.8]	1.5 [1.6]
90	2.4 [2.5]	2.0 [2.1]	1.6 [1.7]	1.5 [1.6]	1.4 [1.5]	1.2 [1.3]
365	1.8 [1.9]	1.5 [1.6]	1.2 [1.3]	1.1 [1.2]	1.0 [1.1]	1.0 [1.0]

$\phi(70, t_0)$ : coeficiente de fluencia lenta de un hormigón estructural normal después de transcurridos 70 años desde la aplicación de la carga.

En las figuras 2.7 y 2.8 se pueden observar dos ejemplos de predicción para la función de fluencia lenta publicados por Muller (1992), obtenidos de experiencias realizadas por Troxell et al y por Weil respectivamente.

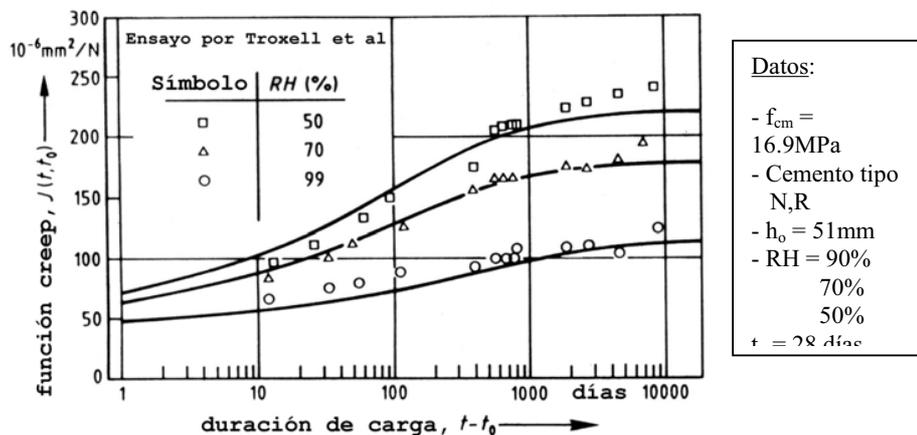


Figura 2.7: Comparación de los resultados obtenidos por Troxell et al, mediante ensayos de laboratorio, con los que resultan de aplicar el modelo de predicción del CEB MC90 (este último representado por línea llena)

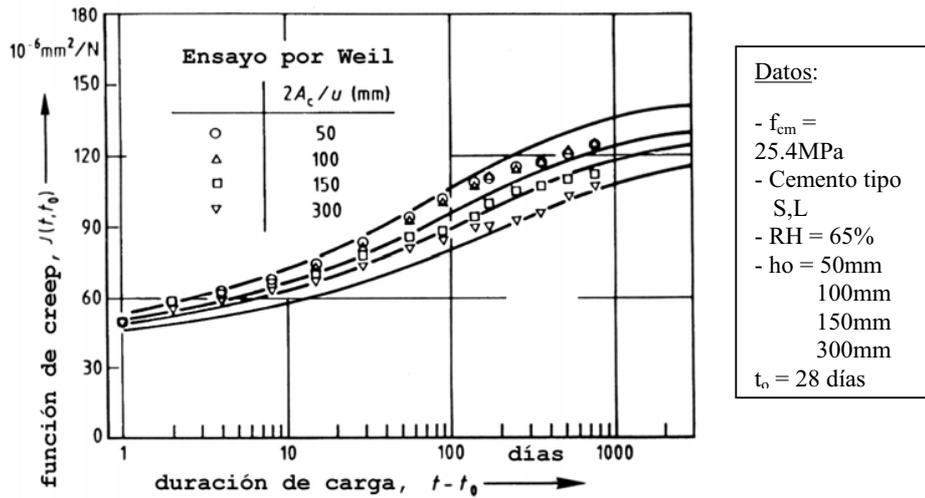


Figura 2.8: Comparación de los resultados obtenidos por Weil et al, mediante ensayos de laboratorio, con los que resultan de aplicar el modelo de predicción del CEB MC90 (este último representado por línea llena)

- Propuesta del Centro de Investigación de los Reglamentos Nacionales de Seguridad para las Obras Civiles (CIRSOC)

La deformación específica, a tensión constante, originada por la fluencia lenta puede expresarse como:

$$\varepsilon_k = \frac{\sigma_o}{E_b} \cdot \varphi_t \tag{2.56}$$

Donde:

$\varphi_t$  : factor de fluencia que contempla el incremento de la deformación producida por la fluencia

lenta .

$E_b$  : módulo de elasticidad longitudinal del hormigón. Se pueden emplear los valores que figuran en la Tabla 2.VIII; teniendo en cuenta que los agregados sedimentarios pueden conducir a módulos menores en casi 40% y las rocas magmáticas (basalto) pueden incrementarlo en casi 40%.

Tabla 2.VIII. Valores indicativos del módulo de elasticidad longitudinal del hormigón.

Resistencia Característica $\sigma'_{bk}$ (MN/m <sup>2</sup> )	$E_b$ (MN/m <sup>2</sup> )
21	30000
30	34000
38	37000
47	39000

Como en general se deben tener en cuenta los efectos de fluencia lenta para  $t = \infty$ , se pueden simplificar los cálculos utilizando el valor de fluencia lenta final  $\varphi_\infty$  de acuerdo a la Tabla 2.III.

Si es necesario efectuar una verificación más exacta, o si se debe determinar la deformación producida por la fluencia lenta para un tiempo distinto de  $t = \infty$ , puede determinarse  $\varphi_t$  en base a la fluencia propiamente dicha y al acortamiento elástico diferido.

$$\varphi_t = \varphi_{f_0} \cdot (k_{f,t} - k_{f,t_0}) + 0.4 \cdot k_{v,(t-t_0)} \quad (2.57)$$

donde:

$\varphi_{f_0}$  : coeficiente de fluencia básico, según Tabla 2.IV columna 3.

$k_f$  : coeficiente según figura 2.9, que contempla la variación de la fluencia lenta en el tiempo, en función del espesor ficticio del elemento estructural  $d_{ef}$ , del tipo de cemento y de la edad del hormigón.

$t$  : edad efectiva del hormigón para el tiempo buscado.

Cuando el hormigón endurece a temperatura normal, la edad efectiva del hormigón coincide con la edad real del mismo.

$d_{ef}$ : espesor ficticio del elemento constructivo, según ecuación (2.10).

$t_0$  : edad efectiva del hormigón al aplicar la tensión.

$k_v$  : coeficiente que contempla la variación del acortamiento elástico diferido en función del tiempo, según figura 2.10.

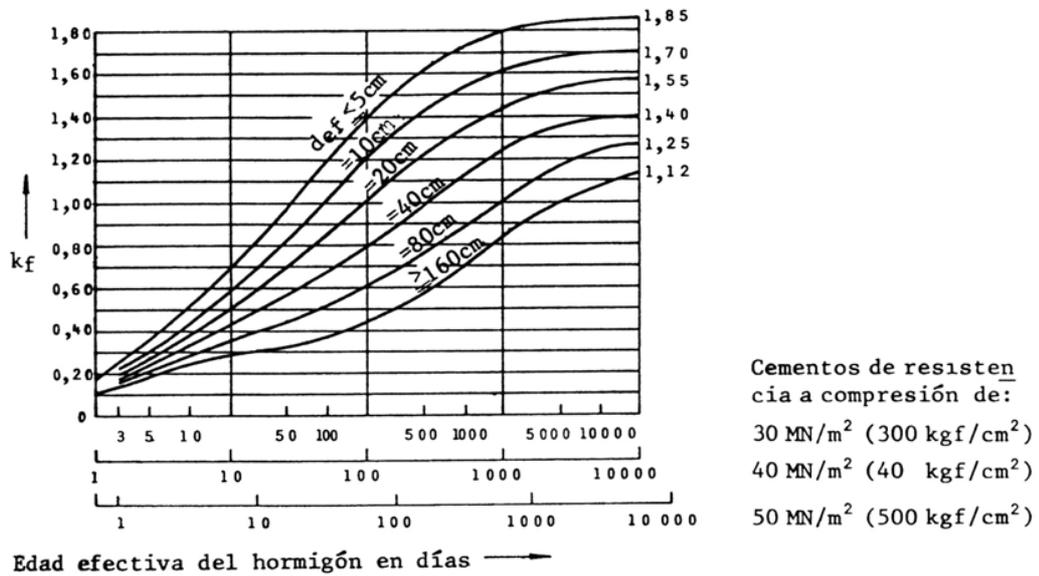


Figura 2.9: Coeficiente  $k_f$ .

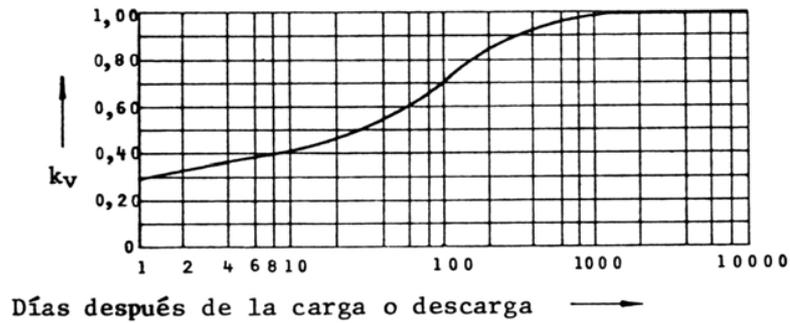


Figura 2.10: Desarrollo de la deformación elástica

Cuando el proceso de fluencia lenta que se estudia se extiende más allá de tres meses puede adoptarse simplídicamente  $k_{v,(t-t_0)} = 1$

En la figura 2.11 se indican, para un caso particular, valores del coeficiente de fluencia lenta que fueron determinados a partir de los modelos presentados por los Códigos y Reglamentos descriptos anteriormente.

Los parámetros fijados fueron:

Cemento normal

$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$                        $t_A = 28 \text{ días}$

$RH = 60\%$                                $h_o = 85$

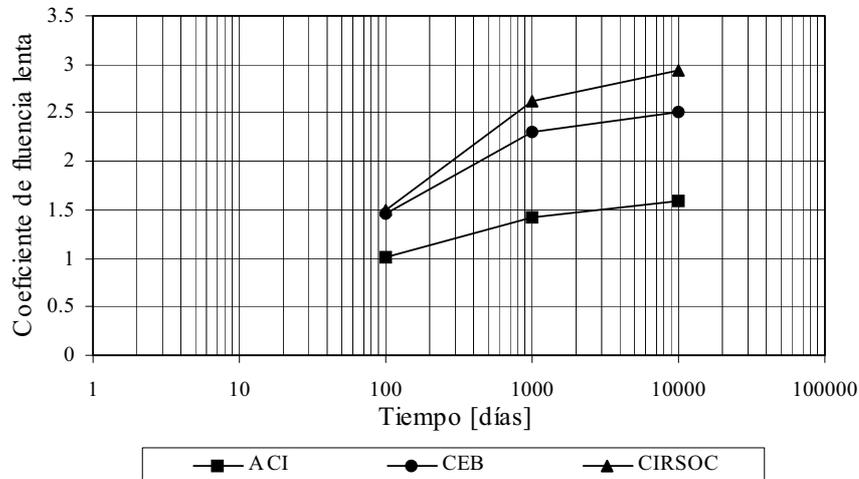


Figura 2.11: Comparación del coeficiente de fluencia lenta ( $\varphi$ ) según distintos modelos de predicción.

#### - Propuesta de Leonhardt

Según Leonhardt (1977) los ensayos han probado que el valor de la fluencia lenta  $\varepsilon_k$  depende casi linealmente de la deformación elástica ( $\varepsilon_{el} = \sigma_b / E_b$ ), siempre que las tensiones permanezcan por debajo de aproximadamente  $0.3\beta_w$  (con  $\beta_w$ : resistencia cúbica del hormigón a los 28 días). Para expresar esta dependencia propone un coeficiente o factor de fluencia lenta  $\varphi$ :

$$\varepsilon_k = \varphi \cdot \frac{\sigma_b}{E_b} \quad \text{ó} \quad \varphi = \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_{el}} \quad (2.58)$$

La dependencia lineal de la deformación elástica es válida con suficiente exactitud en compresión y tracción y, por lo tanto, también bajo solicitaciones de flexión, torsión y esfuerzo cortante. Con tensiones superiores a  $0.3\beta_w$  hay que contar con una fluencia mayor, según lo confirman los ensayos de Duke-Davis (1944).

También al descargar se presenta, después del retroceso elástico inicial de la deformación, una recuperación dependiente del tiempo similar a la fluencia producida por tensiones de tracción. Se habla de “recuperación de fluencia” o recuperación diferida, dura sólo pocos días y alcanza, si el hormigón es joven hasta el 50% de la deformación de fluencia

precedente, y si el hormigón es de cierta edad, sólo aproximadamente el 10% de  $\varepsilon_k$ . El valor de la recuperación de fluencia es, por lo tanto, relativamente pequeño y por lo general no es tenido en cuenta.

Sin embargo, no se abarcan con  $(\sigma_b / E_b)$  las influencias de: la temperatura, la humedad del ambiente, el grado de endurecimiento del hormigón en el momento de cargar, y las características que intervienen en el cálculo del factor KW (tales como: relación agua/cemento en peso, contenido de cemento, contenido de árido fino, y espesor medio de la estructura). Por lo que deberán ser tenidas en cuenta mediante una variación de  $\phi$ , tal como propuso Dischinger (1937 y 1939). Quien basándose en trabajos de numerosos investigadores, encontró una forma simple de determinar el valor de  $\varepsilon_k$ .

El valor de la deformación por fluencia, a considerar en el hormigón pretensado, resulta:

$$\varepsilon_k = \frac{\sigma_b}{E_b} \cdot \phi_N \cdot k_1 \cdot k_2 \quad (2.59)$$

\* La temperatura y la humedad relativa del aire, tienen sobre la fluencia similar importancia a la que ejercen sobre la retracción. El hormigón fluye (en cuanto a fluencia lenta se refiere) tanto más, cuanto más caliente y seco esté el aire circundante, es decir cuanto más se deseeque. En función de la humedad ambiente, cuando se aplica la carga después del endurecimiento normalizado de 28 días, se da el denominado “coeficiente final de fluencia  $\phi_N$ ” figura 2.11.

La línea media corresponde aproximadamente a hormigones con valores medios de (W/Z), Z y Mo, y un valor pequeño de “d” (KW = 25 a 35).

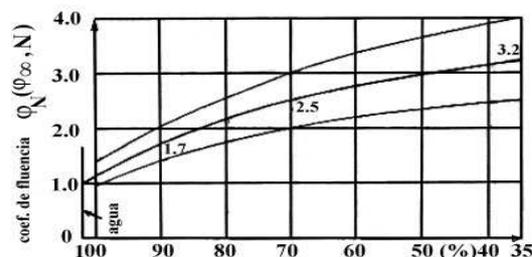


Figura 2.11: Coeficiente final de fluencia  $\phi$  de un hormigón con factor KW = 30, para comienzo de la carga a los 28 días de endurecimiento normal, en función de la humedad de conservación a 18°C; zona de dispersión para otros factores KW.

\* El grado de endurecimiento del hormigón en el momento de cargar tiene suma importancia en la fluencia. Un hormigón joven, al ser cargado, fluye considerablemente más que un hormigón viejo bien endurecido. También depende del tipo de cemento y de las condiciones de conservación. Se define el grado de endurecimiento por medio del factor  $k_1$  que depende de la relación  $(\beta_N / \beta_\infty)$  entre la resistencia a compresión en el instante  $t_n$ , de pretensar o de aplicar la carga, y la resistencia a compresión final esperada, ver figura 2.12.

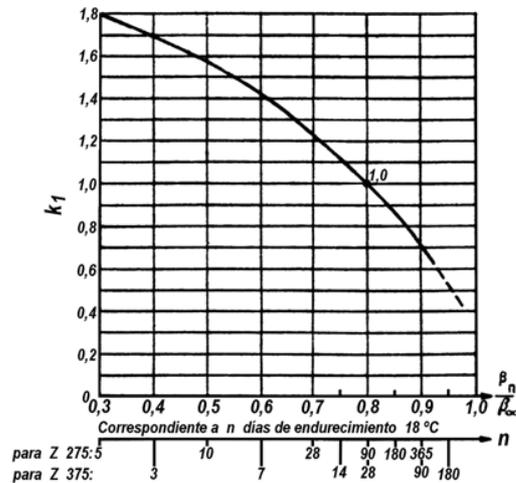


Figura 2.12: Coeficiente  $k_1$  para determinar la deformación de fluencia, que tiene en cuenta el grado de endurecimiento  $\beta = \beta_\infty$  al comenzar el pretensado o la carga.

\* El factor  $k_2$  tiene en cuenta los factores englobados en KW y se obtiene de la figura 2.13.

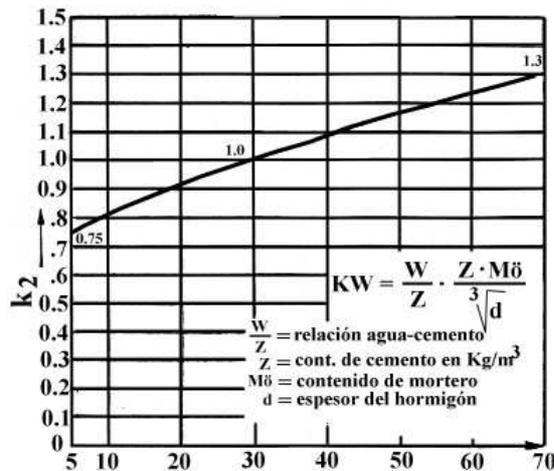


Figura 2.13: Coeficiente  $K_2$  para determinar la deformación por fluencia, que tiene en cuenta el efecto de la relación  $W/Z$ , el contenido de cemento  $Z$  en  $Kg/m^3$ , el contenido de mortero  $M_0$ , y el espesor "d" en cm, englobados en el factor KW.

Se puede conseguir aún una reducción del valor final de la fluencia si se pretensa moderadamente, de manera que al cargar el hormigón joven se anticipa una parte de la fluencia antes del pretensado definitivo.

- Propuesta de Bazant y Baweja (1994)

Estos autores presentan un modelo de predicción de fluencia lenta del hormigón con expresiones para parámetros empíricos representando la influencia de la composición y de la resistencia del hormigón para sus deformaciones diferidas.

El modelo consiste en una simplificación mejorada de modelos previos de Bazant, indicando que esta simplificación se da sin pérdida importante de exactitud.

Para efectuar el análisis de la fluencia lenta establecen, por un lado, la expresión para la fluencia lenta básica (creep básico) y por otro la correspondiente a fluencia lenta por secado.

En ambos casos consideran la denominada “compliance function:  $J(t,t')$ ”, que es función del coeficiente de fluencia lenta  $\phi(t,t')$ . No obstante ello, indican que a los fines de un análisis estructural es frecuentemente más conveniente el empleo del coeficiente de fluencia lenta.

Presentan las siguientes expresiones para el análisis de la **fluencia lenta básica**:

$$J(t,t') = \phi(t,t') + \frac{q_4}{t} \quad ; \quad \phi(t,t') = \frac{01 \cdot (q_2 \cdot t^{-0.5} + q_3)}{(t-t') + (t-t')^{1-0.1}} \quad (2.60)$$

$$J(t,t') = q_1 + C(t,t') \quad (2.61)$$

$$C_o(t,t') = q_2 \cdot Q(t,t') + q_3 \cdot \ln[1 + (t-t')^{0.1}] + q_4 \cdot \ln\left(\frac{t}{t'}\right) \quad (2.62)$$

$Q(t,t')$ : función que surge de la integración de  $\phi(t,t')$ , cuya expresión aproximada es:

$$Q(t,t') = Q_r(t') \cdot \left[ 1 + \left( \frac{Q_f(t')}{Z(t,t')} \right)^{r(t')} \right]^{-1/r(t')}$$

$$Z(t, t') = (t')^{-0.5} \cdot \ln[1 + (t - t')^{0.1}] \quad ; \quad r(t') = 1.7 \cdot (t')^{0.12} + 8 \quad (2.63)$$

$$Q_r(t') = \left[ 0.086 \cdot (t')^{2/9} + 1.21 \cdot (t')^{4/9} \right]^1$$

Los parámetros  $q_2$ ,  $q_3$  y  $q_4$  basados en la composición y resistencia del hormigón están dados por las siguientes fórmulas empíricas simplificadas:

$$q_1 = \frac{0.6 \cdot 10^6}{57000 \cdot \sqrt{f_c'}} \quad ; \quad q_2 = 0.9 \cdot c^{0.5} \cdot (0.001 \cdot f_c')^{-0.9} \quad (2.64)$$

$$q_3 = q_2 \cdot \left[ 0.29 \cdot \left( \frac{w}{c} \right)^4 \right] \quad ; \quad q_4 = 0.14 \cdot \left( \frac{a}{c} \right)^{-0.7}$$

donde:

$f_c'$ : resistencia cilíndrica estandar del hormigón a los 28 días (psi).

w/c : relación agua cemento.

a/c : relación árido cemento.

t, t': edad del hormigón, y edad del hormigón al aplicar la carga, respectivamente.

Los alcances de los parámetros de composición y de resistencia, para los cuales las fórmulas precedentes son válidas, son suficientemente amplios para comprender la mayoría de los hormigones normales usados en la práctica. Estos rangos son:

$$2500 \leq f_c' \leq 10000 \quad [\text{psi}]$$

$$0.3 \leq w/c \leq 0.85$$

$$10 \leq c \leq 45 \quad \text{contenido de cemento} \quad [\text{lbs/ft}^3]$$

$$3 \leq a/c \leq 13.5$$

Para el análisis de la **fluencia lenta por secado** presentan la siguiente expresión:

$$Cd(t, t', t_0) = q_5 \cdot \left[ \exp(-8 \cdot H(t)) - \exp(-8 \cdot H(t')) \right]^{1/2} \cdot 10^{-6} \quad (2.65)$$

$$H(t) = 1 - (1 - h) \cdot S(t) \quad ; \quad q_s = 12000 \cdot (f'_c)^{-1} \cdot \varepsilon_{sh\infty}^{-0.6} \quad (2.66)$$

h: humedad relativa ambiente.

$t_0$  : edad del hormigón en la que comienza el secado.

S(t): según ecuación (2.21).

Concluyen expresando que:

Debiera enfatizarse que el mejoramiento en el modelo matemático de un fenómeno tan complejo como es el de fluencia lenta, y de los efectos de secado en el hormigón, puede ser alcanzado solamente a través de un mejor entendimiento de los mecanismos físicos involucrados y la derivación del modelo de la ley que describe tal mecanismo.

El mejoramiento alcanzado con las fórmulas, para el efecto de composición sobre los parámetros en el modelo, ha sido logrado mediante los denominados análisis de “sensibilidad” los que mostraron cuales parámetros empíricos resultan importantes y cuales no.

El mejoramiento de las predicciones a largo plazo puede lograrse sobre la base de la extrapolación de medidas a corto plazo. Esto puede ser usado efectivamente para la fluencia lenta, pero para la retracción el problema de extrapolación resulta mucho más difícil.

Las fórmulas empíricas generales para los parámetros de composición para hormigón con aditivos son difíciles de formular y además no resultan confiables por el gran número de aditivos en uso. De las diferentes combinaciones de los mismos pueden surgir efectos de retracción y fluencia lenta significativamente diferentes.

- Propuesta de Iglesias C. (1995):

Las generalidades del método, como así también parte de la nomenclatura empleada, fueron descriptas previamente al tratar la retracción.

Para el caso particular de la fluencia lenta, tiene en cuenta las siguientes consideraciones:

- Sean los esfuerzos (N, M) aplicados a la parte 1 justo antes del hormigonado de la parte 2 (caso de una viga pretesada antes de hormigonar la losa superior). Las deformaciones de fluencia de la parte 1 considerada aisladamente, se pueden estimar utilizando el módulo de elasticidad diferido.

$$E_{dif} = \frac{E}{3} \quad ; \quad \varepsilon_1 = \frac{N}{\frac{E}{3} \cdot A_1} \quad ; \quad \varpi_1 = \frac{M}{\frac{E}{3} \cdot I_1} \quad ; \quad \varepsilon_2 = 0 \quad ; \quad \varpi_2 = 0 \quad ; \quad a_1 = 0 \quad ; \quad a_2 = \bar{G}_1 \bar{G}_2$$

Los coeficientes a emplear son:

$$A_{11} = \left( 1 + \frac{A_2}{A_1} \right) \cdot E_{dif} \quad (2.67)$$

$$A_{12} = \frac{A_2 \cdot a_2}{A_1} \cdot E_{dif} \quad (2.68)$$

$$A_{21} = \frac{A_2 \cdot a_2}{I_1} \cdot E_{dif} \quad (2.69)$$

$$A_{22} = \left( 1 + \frac{A_2 \cdot a_2^2 + I_2}{I_1} \right) \cdot E_{dif} \quad (2.70)$$

$$C_{11} = \varepsilon_1 \cdot E_{dif} \quad (2.71)$$

$$C_{21} = \varpi_1 \cdot E_{dif} \quad (2.72)$$

$E_{dif}$ : módulo de elasticidad diferido

$A_i$ : área de la sección transversal de la capa  $i$  considerada.

Las deformaciones de la sección completa ( $\varepsilon$ ,  $\varpi$ ), resultan:

$$\varepsilon = \frac{\frac{N}{A_1 \cdot I_1} \cdot (I_1 + a_2^2 \cdot A_2 + I_2) - \frac{a_2 \cdot A_2}{A_1 \cdot I_1} \cdot M}{\left[ 1 + \frac{I_2}{I_1} + \frac{A_2 \cdot a_2^2}{I_1} + \frac{A_2}{A_1} \cdot \left( 1 + \frac{I_2}{I_1} \right) \right]} \cdot E_{dif} \quad (2.73)$$

$$\omega = \frac{\left(1 + \frac{A_2}{A_1}\right) \cdot \frac{M}{I_1} - \frac{a_2 \cdot A_2}{I_1} \cdot \frac{N}{A_1}}{\left[1 + \frac{I_2}{I_1} + \frac{A_2 \cdot a_2^2}{I_1} + \frac{A_2}{A_1} \cdot \left(1 + \frac{I_2}{I_1}\right)\right]} \cdot E_{dif} \quad (2.74)$$

Iglesias concluye expresando que con este método se pueden obtener resultados muy aproximados y en todo caso valores del lado de la seguridad, realizando el cálculo de secciones evolutivas, ya sean mixtas, de hormigón armado o pretensado, con hormigones de diferentes edades, en un único paso de tiempo y discretizando por capas.

#### - Propuesta de Kawano y Warner

Kawano y Warner (1996) proponen un modelo integral “hereditario” (con memoria) y un modelo “no hereditario” (actual) usando varias formulaciones y procedimientos de integración alternativos. En las figuras (2.14 a y b) se pueden observar las notaciones para el análisis incremental de tensiones y deformaciones.

Aplicando el principio de superposición, se puede determinar la deformación por fluencia lenta, en un tiempo  $t$  debido a tensiones variables en el tiempo  $\sigma(\tau)$ . Esto se obtiene desde una integral con memoria.

$$\varepsilon(t) = \int_0^t C(t, \tau) \cdot d\sigma(\tau) \quad (2.75)$$

Donde:

$C(t, \tau)$ : fluencia lenta específica, es decir a un tiempo  $t$  debido a una primer tensión unitaria aplicada en un tiempo  $\tau < t$ .

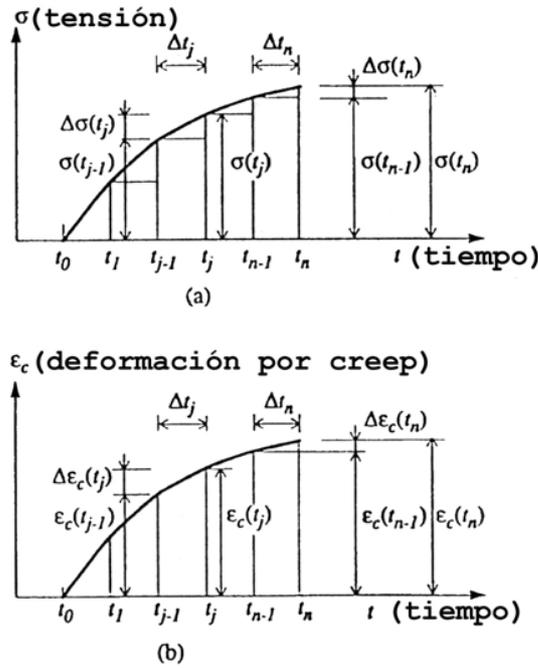


Figura 2.14: Notación para el análisis incremental  
 a) Tensión  
 b) Deformation por fluencia lenta

La deformación se evalúa numéricamente discretizando la escala de tiempo, y considerando todos los incrementos de tensión en los intervalos previos.

$$\varepsilon_c(t_n) = \sum_{j=0}^n C'(t_n, t_j) \cdot \Delta\sigma(t_j) \tag{2.76}$$

Donde:

$C'(t_n, t_j)$ : es una modificación de  $C(t, \tau)$  que se tiene en cuenta para el camino del incremento de tensiones  $\Delta\sigma(t_j)$  desarrollado durante el intervalo de tiempo  $\Delta t_j$ .

Como los incrementos de tensiones, desde  $j = 0$  han sido memorizados, tales formulaciones son referidas aquí como modelos con Memoria.

No obstante (2.76) puede convertirse de forma no hereditaria y en general puede ser expresada en series de Dirichlet.

$$C(t, \tau) = \sum_i A_i(\tau) \cdot e^{-t/T\tau_i} \tag{2.77}$$

Donde:

T<sub>vi</sub> : tiempo diferido

• **Modelos de Fluencia lenta:**

A partir de (2.75), la deformación por fluencia lenta en el tiempo "t" puede expresarse como:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{1}{E_o} \cdot \int_0^t \phi(t, \tau) \cdot \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} \cdot d\tau \quad (2.78)$$

donde:

$\phi(t, \tau) = C(t, \tau) \cdot E_o$  : es el coeficiente de fluencia lenta.

Integrando por partes la ecuación (2.78), y suponiendo que  $\phi(t, \tau=t) = 0$  y  $\sigma(t \leq t_0) = 0$ , el primer término en la ecuación se anula, quedando la siguiente expresión:

$$\varepsilon_c(t) = -\frac{1}{E_o} \cdot \int_0^t \frac{d\phi(t, \tau)}{d\tau} \cdot \sigma(\tau) \cdot d\tau \quad (2.79)$$

Las ecuaciones (2.78) y (2.79) son las expresiones básicas que emplean Kawano y Warner para efectuar las siguientes formulaciones.

a) Modelo "con memoria" con tensiones constantes en  $\Delta t_j$  :

Si se supone que las tensiones permanecen constantes e iguales al valor inicial en el intervalo de tiempo, entonces (2.79) puede expresarse de la forma:

$$\varepsilon_c(t_n) = \frac{1}{E_o} \cdot \sum_{j=1}^n \Delta\sigma(t_{j-1}) \cdot \phi(t_n, t_{j-1}) \quad (2.80)$$

Con  $\Delta\sigma(t_0)$  igual a cero.

b) Modelo "con memoria" con variación lineal de tensiones en  $\Delta t_j$  :

Si se supone que las tensiones varían linealmente en el intervalo de tiempo, la ecuación (2.78) se puede expresar de la siguiente forma:

$$\varepsilon_c(t_n) = \frac{1}{E_0} \cdot \sum_{j=1}^n \frac{\Delta\sigma(t_j)}{\Delta t_j} \cdot \int_{t_{j-1}}^{t_j} \phi(t_n, \tau) \cdot d\tau \quad (2.81)$$

c) Modelo "actual" con tensiones constantes en  $\Delta t_j$ :

En la formulación del Modelo "actual", la deformación por fluencia lenta  $\varepsilon_c(t)$  se expresa como la suma de una componente de tiempo de endurecimiento  $\varepsilon_{cd}(t)$  y una componente viscoelástica  $\varepsilon_{cv}(t)$ .

De la ecuación (2.79), cada componente de deformación por fluencia lenta se expresa como:

$$\varepsilon_{cd}(t) = -\frac{1}{E_0} \cdot \int_0^t \frac{d\phi_d(t, \tau)}{d\tau} \cdot \sigma(\tau) \cdot d\tau \quad (2.82)$$

$$\varepsilon_{cv}(t) = \frac{1}{E_0} \cdot \int_0^t \frac{d\phi_v(t, \tau)}{d\tau} \cdot \sigma(\tau) \cdot d\tau \quad (2.83)$$

Donde:

$\phi_d(t, \tau)$  : es el coeficiente de fluencia lenta de la componente tiempo de endurecimiento.

$\phi_v(t, \tau)$  : es el coeficiente de fluencia lenta de la componente viscoelástica.

Teniendo en cuenta tensiones constantes  $\sigma(t_{j-1})$  en  $\Delta t_j$ , la ecuación (2.82) se puede escribir como:

$$\varepsilon_{cd}(t_n) = \frac{1}{E_0} \cdot \sum_{j=1}^n \sigma(t_{j-1}) \cdot [\phi_d(t_j, t_0) - \phi_d(t_{j-1}, t_0)] \quad (2.84)$$

Para la función de la fluencia lenta viscoelástica se adopta la siguiente expresión:

$$\phi_v(t_n, t_j) = \phi_v^* \cdot \left( 1 - e^{-(t_n - t_j)/T_v} \right) \quad (2.85)$$

Donde:

$\phi_v^*$  : es el valor final del coeficiente de fluencia lenta.

$T_v$  : tiempo de retardo diferido.

Suponiendo las tensiones constantes  $\sigma(t_{j-1})$  en  $\Delta t_j$  y en la ecuación (2.85), la ecuación (2.83) se puede escribir como:

$$\varepsilon_{cv}(t_n) = \frac{\phi_v^*}{E_0} \cdot \sigma(t_{n-1}) \cdot [1 - e^{-\Delta t_n / T_v}] + \varepsilon_{cv}(t_{n-1}) \cdot e^{-\Delta t_n / T_v} \quad (2.86)$$

d) Modelo "actual" con variación lineal de tensiones en  $\Delta t_j$ :

Partiendo de la ecuación (2.78),  $\varepsilon_{cd}(t)$  y  $\varepsilon_{cv}(t)$  se expresan como se indica a continuación:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \frac{1}{E_0} \cdot \int_0^t \phi_d(t, \tau) \cdot \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} \cdot d\tau \quad (2.87)$$

$$\varepsilon_{cv}(t) = \frac{1}{E_0} \cdot \int_0^t \phi_v(t, \tau) \cdot \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} \cdot d\tau \quad (2.88)$$

Considerando que las tensiones varían linealmente, en el intervalo de tiempo, la ecuación (2.87) puede escribirse como:

$$\varepsilon_{cd}(t_n) = \frac{\phi_d(t_n, t_0)}{E_0} \cdot \sigma(t_n) - \frac{1}{E_0} \cdot \sum_{j=1}^n \frac{\Delta \sigma(t_j)}{\Delta t_j} \cdot \int_{t_{j-1}}^{t_j} \phi_d(\tau, t_0) \cdot d\tau \quad (2.89)$$

La componente viscoelástica  $\varepsilon_{cv}(t_n)$  puede expresarse como:

$$\varepsilon_{cv}(t_n) = \frac{\phi_v^*}{E_0} \cdot \Delta \sigma(t_n) + \frac{\phi_v^*}{E_0} \left[ \sigma(t_{n-1}) - \frac{T_v \cdot \Delta \sigma(t_n)}{\Delta t_n} \right] \cdot \left[ 1 - e^{-\Delta t_n / T_v} \right] + \varepsilon_{cv}(t_{n-1}) \cdot e^{-\Delta t_n / T_v} \quad (2.90)$$

Antes de usar las diferentes formulaciones en los cálculos numéricos, es necesario especificar las funciones de fluencia lenta.

Como base del Modelo de cálculo “con memoria”, adoptaron la función de fluencia lenta de ACI (1990).

$$\phi(t, \tau) = \sqrt{\frac{4 + 0.85\tau}{\tau}} \cdot \frac{(t - \tau)^{0.6}}{10 + (t - \tau)^{0.6}} \cdot [1.25 \cdot \tau^{-0.118}] \cdot \phi^* \quad (2.91)$$

Kawano y Warner indican que Mc Donald (1993) estableció que esta expresión (2.91) presenta buena aproximación con datos experimentales. Emplearon un valor final de la función de fluencia lenta  $\phi^* = 2.4$ .

En el cálculo del Modelo actual, emplearon una función de potencia hiperbólica para la componente tiempo de endurecimiento de la función de fluencia lenta.

$$\phi_d(t, t_0) = \frac{(t - t_0)^{0.6}}{10 + (t - t_0)^{0.6}} \cdot \phi_d^* \quad (2.92)$$

Donde:

$t_0 = 10$  días.

$\phi_d^*$  se adopta igual a 2.

Para el modelo de la componente viscoelástica se usó una función exponencial.

$$\phi_v(t, \tau) = [1 - e^{-(t-\tau)/T_v}] \cdot \phi_v^* \quad (2.93)$$

Los valores finales usados fueron:

$\phi_v^* = 0.4$

$T_v = 100$  días

Estos valores son acordes con los datos dados en el Código CEB-FIP (1978). La suma de  $\phi_d^*$  y  $\phi_v^*$  da como resultado 2.4 que es el valor usado para  $\phi^*$  en el modelo con memoria. Se consideró un valor de 25MPa para el módulo elástico  $E_0$ .

Kawano y Warner concluyen indicando que tanto el modelo con memoria como el modelo actual, empleados en casos de tensiones uniformes, conducen a estimaciones muy semejantes de la fluencia lenta. Sin embargo los resultados obtenidos con los dos modelos muestran marcadas diferencias para ambas historias de tensiones reducidas e incrementadas.

Para definir la función de fluencia lenta se debe tener suma consideración en la forma de la historia de tensiones, para efectuar la elección de los datos numéricos para ambos modelos.

Los cálculos basados en una tensión media constante en cada intervalo de tiempo  $\Delta t_j$  dan prácticamente la misma precisión que los cálculos que suponen a la tensión variando linealmente en  $\Delta t_j$  y la integración numérica trapezoidal de la función de fluencia lenta.

En el modelado del comportamiento de estructuras de hormigón bajo cargas sostenidas, puede obtenerse una adecuada exactitud usando cualquiera de los dos modelos (con memoria o actual), ya sea suponiendo niveles de tensión media constante, o linealmente variables en el intervalo de tiempo, y usando para la integración la Regla de Simpson o la integración Gaussiana en dos puntos.

## **2.3. FENOMENOS TIEMPO - DEPENDIENTES EN EL MATERIAL ACERO.**

### **2.3.1. RELAJACION.**

El Reglamento CIRSOC define a la relajación como la disminución de la tensión en función del tiempo bajo una deformación impuesta de magnitud constante.

Se denomina relajación al proceso de pérdida de tensión en el tiempo, que sufre el acero tesado mantenido a longitud y temperatura constantes y esto resulta de la adaptación del material a las condiciones externas. Acontece por modificaciones en la estructura cristalina del acero, que ocurren cuando éste se encuentra solicitado en forma permanente. En ello influyen el procedimiento de fabricación y la calidad del acero, y dependen decisivamente de la magnitud de las tensiones actuantes.

En la figura 2.15 se presentan curvas típicas de pérdidas por relajación en el tiempo para diferentes niveles de tensiones iniciales. Se puede observar que la relajación es continua con el tiempo, pero los incrementos de pérdidas van disminuyendo rápidamente.

Por lo general las pérdidas por relajación, en una armadura activa, se determinan experimentalmente mediante un ensayo de tesado al 70% de la carga de rotura, a una temperatura de 20°C, y durante un periodo de 1000hs, empleándose un factor para extrapolar el resultado hasta el final de la vida útil de la estructura.

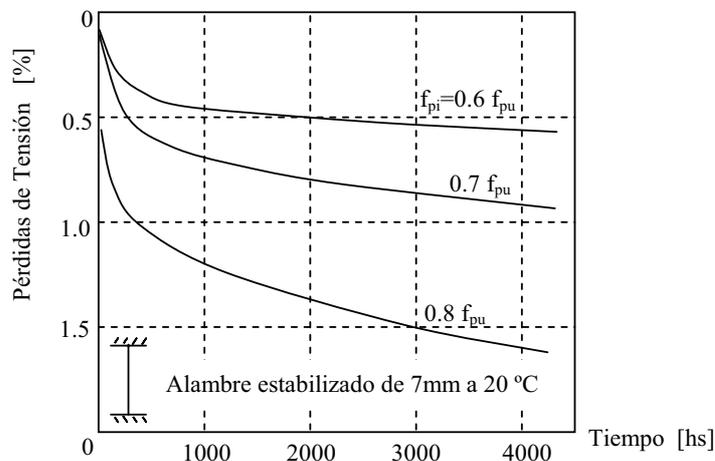


Figura 2.15: Curvas de relajación de acero para tesar

La mayoría de los códigos admiten que la magnitud de la relajación de un alambre, trenza o cable tesado, en un elemento estructural de hormigón pretensado, se incrementa con el incremento de la tensión inicial; y disminuye con el incremento de las pérdidas debidas a fluencia lenta y retracción (Ghali y Treviño - 1985).

### 2.3.1.1. Propuestas para efectuar la predicción de la relajación.

#### - Propuesta de Leonhardt

Según Leonhardt (1986), tanto en los aceros naturales duros, como en los estirados envejecidos y en los mejorados la pérdida de tensión por relajamiento, con una tensión inicial  $\sigma_{vo} \leq 0.55 \beta_Z = \sigma_{vo,adm}$ , es tan pequeña que puede ser despreciada. Siendo  $\beta_Z$  la resistencia a la tracción (tensión de rotura) del acero.

La pérdida de tensión puede ser tenida en cuenta en el cálculo, de la misma forma que las pérdidas de fuerza de pretensado debidas a la retracción y fluencia del hormigón.

#### - Propuesta de la Federación Internacional del Pretensado (FIP)

En la Tabla 2.IX se indican los valores de pérdida por relajación de aceros de pretensado a 1000hs, recomendado por FIP (1976). A mayor tensión inicial se obtiene mayor pérdida por relajación.

Tabla 2.IX: Pérdidas por relajación de aceros de pretensado a 1000 horas.

$\sigma_{pi} / \sigma_{pu}$	0.6	0.7	0.8
FIP Commission Relajación Normal (Nivel 1)	4.5%	8%	12%
Baja Relajación (Nivel 2)	1%	2%	4.5%
ASTM A416 y A421 Baja Relajación		$\leq 2.5\%$	$\leq 3.5\%$

La FIP sugiere multiplicar estos valores por tres para estimar la relajación después de 50 años de vida útil, bajo condiciones normales. Si bien de esta forma se obtiene un valor significativo, se debe tener en cuenta que en un elemento pretensado las tensiones en el acero disminuyen con el tiempo no solo debido a la relajación, sino también a acortamientos del hormigón por retracción y fluencia lenta. Por ello la pérdida por relajación resultante es menor que la relajación pura que se obtendría en un acero mantenido a longitud constante.

En la búsqueda de un análisis más exacto, en FIP (1976) se propone la siguiente relación para estimar la pérdida aparente por relajación, al final de la vida útil:

$$(\Delta\sigma_{pR})_{ap} = (\Delta\sigma_{pR})_{pura} \cdot \left[ 1 - 2 \cdot \frac{\Delta\sigma_{ps} + \Delta\sigma_{pC}}{\sigma_{pi}} \right] \quad (2.94)$$

$\Delta\sigma_{ps}$  y  $\Delta\sigma_{pC}$  son pérdidas de tensión en el acero teso debido a la retracción y fluencia lenta del hormigón respectivamente. Sus valores deben ser estimados y probablemente corregidos después de una primera iteración, ya que como se sabe, las pérdidas por fluencia lenta del hormigón dependen de las tensiones en el acero, las cuales a su vez dependen de la relajación.

#### - Propuesta de Magura, Sozen y Siess

Magura y otros (1964), tomado como referencia en Naaman (1982) y Nawy (1996), realizaron una investigación sobre las propiedades de relajación de cables de acero.

Basados en los resultados obtenidos proponen la siguiente expresión para estimar las tensiones en cables de acero de pretensar, en un instante  $t$  cualquiera, en función de la tensión inicial:

$$\sigma_{ps(t)} = \sigma_{pi} \cdot \left[ 1 - \frac{\log t}{c} \cdot \left( \frac{\sigma_{pi}}{\sigma_{py}} - 0.55 \right) \right] \quad (2.95)$$

donde:

$c = 10$  para acero de relajación normal

$c = 45$  para acero de baja relajación

$t$  se expresa en horas y deberá ser  $t \geq 1$  hora.

$$\frac{\sigma_{pi}}{\sigma_{py}} \geq 0.55 \quad (2.96)$$

Para barras y trenzas pretensadas se puede utilizar también esta expresión como primera aproximación. Luego por diferencia se puede obtener  $\Delta\sigma_{pR(t)}$ , que es la pérdida de tensión debida a la relajación:

$$\Delta\sigma_{pR(t)} = \sigma_{pi} - \sigma_{ps(t)} = \sigma_{pi} \cdot \frac{\log t}{c} \cdot \left( \frac{\sigma_{pi}}{\sigma_{py}} - 0.55 \right) \quad (2.97)$$

$\sigma_{pi}$ : tensión inicial.

$\sigma_{py}$  : tensión de fluencia.

$\sigma_{py} \cong 0.85 \cdot \sigma_{pu}$  ..... para acero de relajación normal.

$\sigma_{py} \cong 0.90 \cdot \sigma_{pu}$  ..... para acero de baja relajación.

$\sigma_{pu}$  : resistencia a tracción última.

$\sigma_{pi} \leq 0.74 \cdot \sigma_{pu}$  ..... para aceros en hormigón pretensado.

$\sigma_{pi} = 0.70 \cdot \sigma_{pu}$  ..... para aceros en hormigón postesado.

Obviamente, también se puede obtener la pérdida porcentual de la tensión inicial dividiendo ambos miembros de la última ecuación por  $\sigma_{pi}$  y multiplicándolos por 100.

Como se señaló anteriormente, en elementos de hormigón pretensado, y por efectos de la retracción y fluencia lenta del hormigón, la relajación aparente del acero tesado será menor que la relajación pura que se calcula mediante la última ecuación, la cual se obtendría en una trenza o cable de referencia, mantenido a longitud constante.

#### - Propuesta del CEN (Comité Europeo de Normalización). Eurocode 2

Este Código distingue tres clases de relajación. Los productos son clasificados para la relajación, de acuerdo a los máximos porcentajes de pérdidas de tensión.

Clase 1: relajación normal característica para alambres y trenzas.

Clase 2: relajación mejorada característica para alambres y trenzas.

Clase 3: relajación característica para barras.

Los valores a tener en cuenta para evaluar las pérdidas, luego de transcurridas 1000hs del tesado, pueden ser los que se indiquen en los certificados, o bien los que se obtengan de la figura 2.16.

En caso de considerarse la relajación para larga duración del tesado puede aproximarse como valor último el triple del valor correspondiente a las 1000hs.

En la Tabla 2.X se indica como varían y se incrementan las pérdidas por relajación.

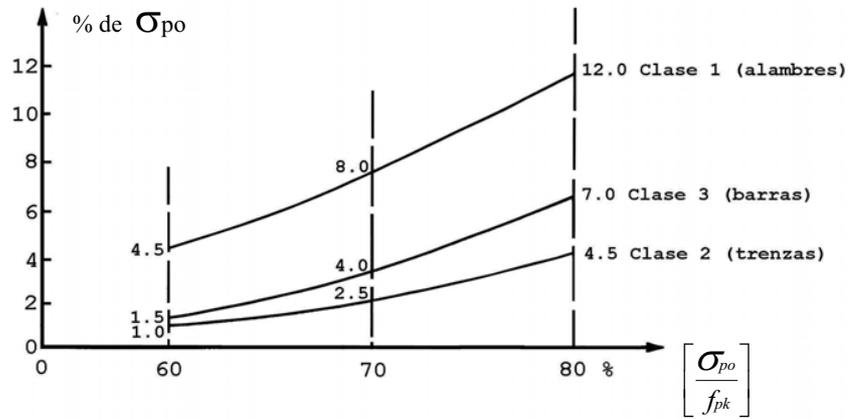


Figura 2.16: Pérdida de tensión por relajación despues de 1000 hs y a 20°C.  
 $\sigma_{po}$ : tensión inicial de tesado,  $f_{pk}$ : resistencia característica del acero de pretensar.

Tabla 2.X: Pérdidas por relajación en % de pérdidas en 1000hs.

Tiempo en horas	1	5	20	100	200	500	1000
CEB	25	45	55	70	80	90	100
CEN	15	25	35	55	65	85	100

El Código CEB-FIP 1990 da una fórmula que puede ser aplicada para estimar la relajación para un período mayor de 30 años.

$$\rho_t = \rho_{1000} \cdot \left( \frac{t}{1000} \right)^k \tag{2.98}$$

$$k \approx \log \frac{\rho_{1000}}{\rho_{100}} \tag{2.99}$$

donde:

$\rho_t$  : relajación luego de t horas.

$\rho_{100}$  : relajación luego de 100 horas.

$\rho_{1000}$  : relajación luego de 1000 horas.

$k = 0.12$  para relajación de clase 1.

$k = 0.19$  para relajación de clase 2.

Se puede suponer que la relajación luego de transcurridos 50 años o más, es tres veces la relajación correspondiente a un período de 1000 horas.

#### - Propuesta y disposiciones de CIRSOC

El Reglamento CIRSOC establece que se deberán tener en cuenta las pérdidas por relajación del acero. El valor correspondiente al acero y en función de la tensión empleada deberá ser suministrado por el fabricante. A falta de estos datos, pueden estimarse las pérdidas por relajación del acero, de acuerdo con lo indicado en la Tabla 2.XI.

Tabla 2.XI. Valores indicativos de la relajación para un elemento aislado, a tiempo infinito y a 20°C.

$\sigma_v^0 / \beta_Z$	0.6	0.7	0.8
Aceros normales	6%	12%	25%
Aceros de baja relajación	3%	6%	10%

Donde:

$\sigma_v^0$  : tensión inicial en el acero en el punto considerado.

$\beta_Z$  : resistencia última a la tracción del acero.

## **2.4. PERDIDAS POR RELAJACION DEL ACERO, POR RETRACCION Y FLUENCIA LENTA DEL HORMIGON.**

Normalmente, en el proyecto de estructuras de hormigón, para estudiar los efectos diferidos, no siempre se requiere un análisis en el tiempo propiamente dicho. En muchos casos es suficientemente ajustado el cálculo a partir de las deformaciones instantáneas bajo cargas permanentes. Pero en hormigón pretensado, es necesario al menos un análisis en sección, para calcular las pérdidas de pretensado debidas a la retracción y la fluencia del hormigón y la relajación de las armaduras activas.

Se presentan a continuación algunas expresiones, extraídas de la bibliografía, que pueden ser empleadas para la determinación de las mencionadas pérdidas. No es factible una

determinación exacta de la magnitud de las pérdidas tiempo – dependientes debido a que las mismas dependen de múltiples factores interrelacionados entre sí.

- Reglamento CIRSOC:

Este Reglamento proporciona una expresión que tiene en cuenta los fenómenos tiempo dependientes para establecer la pérdida total, siempre que no resulten mayores del 30%.

$$\sigma_{z, \varphi + r} = \frac{\varepsilon_s \cdot E_z + \sigma_{z, r} + n \cdot [\sigma_{bz, g1} \cdot \varphi_1 + \sigma_{bz, g2} \cdot \varphi_2 + \sigma_{bz, vo} \cdot \varphi_1]}{1 - \frac{n(\sigma_{bz, vo})}{\sigma_{z, vo}} \cdot \left[ 1 + \frac{\varphi_1}{2} \right]} \quad (2.100)$$

Donde:

$\varepsilon_s$  : retracción desde la edad  $t_1$  hasta  $t_\infty$  (en banco de tesado, desde  $t_0$  hasta  $t_\infty$  ), (negativa).

$E_z$  : módulo de elasticidad del acero de pretensado.

$n = E_z/E_b$  : relación entre los módulos de elasticidad del acero y del hormigón.

- Para todas las verificaciones bajo cargas de servicio se podrá admitir el comportamiento elástico del acero. Bajo la designación de acero se entiende aquí el acero pretensado.

Para el acero de pretensado, salvo datos más exactos, se podrá admitir en general:

- Para alambres y barras..... $E = 2.05 \times 10^5 \text{ MN/m}^2 = 20.5 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$
- Para cordones..... $E = 1.95 \times 10^5 \text{ MN/m}^2 = 19.5 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$

Para la determinación del alargamiento de los elementos tensores, originado por el tesado, se debe usar el diagrama  $\sigma / \varepsilon$  suministrado por el fabricante y correspondiente a la partida que se está utilizando.

- Para verificaciones bajo cargas de servicio, como así también para el cálculo de las sollicitaciones características por encima de las cargas de servicio, se podrán usar los módulos de elasticidad  $E_b$  dados en la Tabla 2.VIII.

$\sigma_{bz, g1}$  : tensión en el hormigón en la fibra contigua al elemento tensor debida a las cargas permanentes aplicadas a la edad  $t_1$  (positiva).

$\sigma_{bz,g2}$  : tensión en el hormigón en la fibra contigua al elemento tensor debida a las cargas permanentes aplicadas a la edad  $t_2$  (positiva).

$\sigma_{bz,vo}$  : tensión en el hormigón en la fibra contigua al elemento tensor debida al valor inicial de pretensado (negativa).

$\phi_1$  : coeficiente de fluencia lenta correspondiente a las cargas aplicadas a edad  $t_1$ . Tabla 2.III.

$\phi_2$  : coeficiente de fluencia lenta correspondiente a las cargas aplicadas a edad  $t_2$ . Tabla 2.III.

$\sigma_{z,vo}$  : tensión en el acero debida al pretensado inicial (positiva).

$\sigma_{z,\phi+r}$  : pérdida de tensión en el acero pretensado, debida a la retracción, fluencia lenta y relajación del acero.

$\sigma_{z,r}$  : pérdida de tensión por relajación solamente, el acero aislado (negativa).

Es función de la tensión inicial calculada con la siguiente ecuación:

$$\sigma_{z,v}^o = \sigma_{z,v,g}^o - 0.3 \cdot \sigma_{z,\phi+r}^o \quad (2.101)$$

Donde:

$\sigma_{z,v,g}^o$  : tensión inicial en el acero debida al pretensado y a las cargas permanentes.

$\sigma_{z,\phi+r}^o$  : valor de la pérdida total, estimado a priori, que se debe controlar con el valor final de la fórmula (proceso iterativo).

- Nawy (1996):

Indica que las pérdidas de tensión en elementos estructurales de hormigón pretensado pueden calcularse de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\Delta f_{pT} = \Delta f_{pES} + \Delta f_{pR} + \Delta f_{pCR} + \Delta f_{pSH} \quad (2.102)$$

donde:

$\Delta f_{pES}$  : pérdida por acortamiento elástico del hormigón.

$$\Delta f_{pES} = n \cdot \left[ -\frac{P_i}{Ac} \cdot \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{M_D \cdot e}{Ic} \right] \quad (2.103)$$

$P_i$  : fuerza de pretensado inicial, en ella ya se han considerado las pérdidas instantáneas.

$A_C$  : área de la sección transversal del hormigón.

$e$  : excentricidad del acero tesado.

$r$  : radio de giro de la sección transversal de la viga.

$M_D$  : momento debido a la carga de peso propio.

$I_C$  : momento de inercia de la sección transversal de la viga.

$n = E_S / E_C$

$\Delta f_{pR}$  : pérdida por relajación del acero.

$$\Delta f_{pR} = f_{pi} \cdot \left( \frac{\log t}{10} \right) \cdot \left[ \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right] \quad (2.104)$$

$f_{pi}$  : tensión inicial en el acero, a la cual está sometido el elemento de hormigón.

$\Delta f_{pCR}$  : pérdida por fluencia lenta del hormigón.

$$\Delta f_{pCR} = \frac{t^{0.6}}{10 + t^{0.6}} \cdot C_u \cdot \frac{E_p}{E_C} \cdot f_{CS} \quad (2.105)$$

$f_{CS}$  : tensión en el hormigón a nivel del baricentro del acero tesado.

$\Delta f_{pSH}$  : pérdida por retracción del hormigón.

$$\Delta f_{pSH} = (\mathcal{E}_{SH})_t \cdot E_p \quad (2.106)$$

- Murcia (1999):

Este autor presenta un estudio en el tiempo de secciones de hormigón pretensado, en estado de servicio, en función de las secciones netas de hormigón y de las diversas armaduras. El estudio se centra en las pérdidas de pretensado por retracción y fluencia.

El análisis desarrollado se basa en otro previo, efectuado para zonas no fisuradas de hormigón armado, que incluye de modo natural, y entre otros factores, la presencia de la armadura pasiva.

Se trata de un análisis ajustado en el que se separa, del resto, la parte que fluye y retrae (sección neta de hormigón) y se considera la influencia de todas las armaduras en el equilibrio y la compatibilidad, tanto en situación inicial como a lo largo del tiempo.

El estudio revela que la armadura pasiva es un factor de cierta importancia, en las pérdidas por retracción y fluencia, que no suele tenerse en cuenta en su cálculo.

Murcia propone tres fórmulas (con armadura pasiva) para el cálculo de tales pérdidas: una obtenida de modo directo en el análisis efectuado y dos más, muy prácticas, que son ajustes simplificados de la primera.

Establece la siguiente convención de signos: las excentricidades de las armaduras son positivas hacia arriba, las flexiones son positivas cuando comprimen arriba, las tracciones son positivas en las armaduras, en el hormigón las compresiones son positivas, con ello la retracción y la fuerza de pretensado entran directamente en las fórmulas como positivas.

$$\Delta P_{dif} = -A_p \cdot (\varepsilon_r + \varphi \cdot \varepsilon_{cgp}) \cdot E_p \cdot \frac{1 + \frac{A'_s \cdot e' \cdot (e' - e)}{I_c} \cdot (1 + k \cdot \varphi)}{r_{dif}} \quad (2.107)$$

donde:

$A_p$  : área de la armadura activa.

$\varepsilon_r$  : deformación por retracción.

$\varphi$  : coeficiente de fluencia lenta.

$\varepsilon_{cgp}$  : deformación para cargas permanentes.

$$\varepsilon_{cgp} = \frac{P_o}{E_C \cdot A_c} + \frac{(P_o + M) \cdot e}{E_C \cdot I_c} \quad (2.108)$$

$P_o$  : fuerza aplicada en un anclaje activo, descontando las correspondientes pérdidas instantáneas

$E_C$  ,  $E_p$ : módulo de elasticidad, del hormigón y del acero tesado respectivamente.

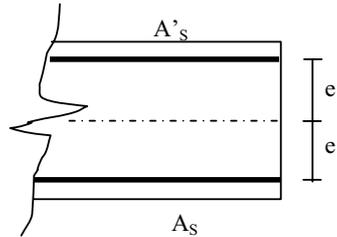
$n$  : coeficiente de equivalencia ( $E_s / E_C$ ).

$E_s$  : módulo de elasticidad del acero de armadura pasiva.

$A_c$  ,  $I_c$  : área e inercia de la sección neta de hormigón.

$A'_s$  ,  $A_s$  : área de armadura pasiva, comprimida y traccionada respectivamente.

$e$  ,  $e'$  : excentricidades de las armaduras, según se indica en el siguiente esquema:



$M$  : momento resultante en la sección.

$k$  : coeficiente de envejecimiento, con valor del orden de 0.8.

$r_{dif}$  : es un factor cuya expresión es:

$$r_{dif} = 1 + n \cdot \left( \frac{A_s + A'_s}{A_c} + \frac{A_s \cdot e^2 + A'_s \cdot e'^2}{I_c} \right) \quad (2.109)$$

## 2.5. CONCLUSIONES.

- La retracción, la fluencia lenta del hormigón (creep) y la relajación del acero son fenómenos tiempo - dependientes que, además de ser muy complejos, reciben la influencia de un número elevado de parámetros que se encuentran interrelacionados y que son difíciles de modelar con expresiones reproducibles en reglamentos constructivos.
- La fluencia lenta y la retracción del hormigón no son fenómenos independientes, entre sí, sobre los que se puede aplicar el principio de superposición, pero desde el punto de vista práctico, resulta conveniente estudiar ambos fenómenos por separado.
- La difícil predeterminación de varios de los coeficientes que intervienen en los modelos puede llevar una gran dispersión en los resultados.

- La mayoría de los modelos hallados en la bibliografía toman como base algunas expresiones propias de los códigos, y en particular la mayoría de los aquí analizados tienen como fuente el ACI.
- Si bien la fluencia lenta tiene un comportamiento no lineal, se adopta para su determinación y como hipótesis simplificativa una aproximación lineal debido a que las relaciones constitutivas serían extremadamente complicadas e imposibles de reproducir en códigos o reglamentos de construcción.
- El mejoramiento en el modelo matemático de un fenómeno tan complejo como es el de fluencia lenta, y de los efectos de secado en el hormigón, puede ser alcanzado solamente a través de un mejor entendimiento de los mecanismos físicos involucrados y la derivación del modelo de la ley que describe tal mecanismo.
- La presencia de armaduras pasivas reduce la magnitud final de la retracción pues las mismas se oponen al acortamiento del hormigón.
- Los modelos más sencillos de aplicar son en general los propuestos por los reglamentos de construcción. De menor a mayor complejidad pueden agruparse así: CIRSOC, ACI y CEN. En los dos últimos se requieren datos adicionales tales como tipo de cemento, tipo de hormigón, temperatura ambiente media, y otros más complicados de obtener, tales como porcentajes de agregado fino, de cemento, de aire (ACI). Datos estos, que el proyectista no dispone a menudo. Rivas y Barlek (2000).
- Tanto la propuesta de Almudaiheem y Hansen como la de Basma y Abdel-Jawad requieren de la determinación experimental del valor de la retracción última de la pasta de cemento, de igual relación agua / cemento, lo cual resulta muy poco práctico. Es evidente que su aplicación está restringida al campo de la investigación de problemas especiales en los cuales se pueda justificar el mayor esfuerzo que demanda su aplicación.
- Respecto de modelos de predicción de los fenómenos tiempo dependientes, aplicables a elementos estructurales cuya sección transversal esté integrada por dos o más fases, sólo se ha encontrado la propuesta de Iglesias, quien incluye el planteo de estos fenómenos para hallar valores de tensión en la sección transversal. Establece además, que se pueden obtener resultados muy aproximados y del lado de la seguridad al realizar el cálculo de secciones

evolutivas, con hormigones de diferentes edades, en un único paso de tiempo y discretizando por capas. Una dificultad del método se presenta en lo tediosos que resultan los cálculos, los que sólo pueden ser abordados computacionalmente.

- Para el modelo que se desarrolla en esta Tesis, se adopta la propuesta tiempo dependiente presentada por ACI, que desde el punto de vista de las variables involucradas, parece ser una de las más completas dadas por los reglamentos.
- Si bien la mayoría de los códigos de construcción presentan valores estimativos para tener en cuenta la relajación del acero, siempre conviene tomar como base los datos que, a tal efecto, suministra el fabricante.

## *CAPITULO 3:*

### ***FENOMENOS CICLO DEPENDIENTES***

---

#### **3.1. GENERALIDADES.**

Los fenómenos ciclo-dependientes son aquellos que varían con el número de ciclos o de repeticiones de cargas aplicadas al elemento en estudio.

En aplicaciones de ingeniería, las cargas dinámicas (cargas cuya posición, magnitud y/o dirección varían con el tiempo) pueden clasificarse en:

- Carga de impacto: se caracteriza por una velocidad de aplicación muy elevada, por ejemplo explosiones, impacto de vehículos, etc.
- Carga cíclica con pocas repeticiones: se da en casos en que se producen pocos ciclos de carga y generalmente con elevados niveles de tensiones, tal como sucede en terremotos, tornados, etc.
- Carga cíclica con numerosas repeticiones: se da en casos en que se produce un elevado número de ciclos de carga a relativamente bajos niveles de tensiones, tal como sucede en fundaciones de máquinas, acción del viento, acción de vehículos sobre un puente.

### **3.2. FATIGA.**

Se denomina fatiga al proceso de daño estructural interno, progresivo y permanente que se produce en un material por la acción de cargas repetitivas.

Las investigaciones sobre el tema comienzan en la primera mitad del siglo XIX, en esa época el interés se centró en la fatiga de los metales.

El estudio de la fatiga en materiales no metálicos surgió 40 años después de conocerse el problema en los metales, Considére y De Joly ensayaron especímenes de mortero.

Las mayores dificultades se encontraron al estudiar la fatiga en el hormigón armado, ya que las fallas podían producirse por compresión en el hormigón, por tensiones de corte, por fractura del acero o por disminución de la adherencia hormigón - acero.

Las fisuras por fatiga en el hormigón no tienen una identificación definida, a diferencia de las fisuras por fatiga en el acero. En consecuencia es extremadamente difícil identificar la fatiga en estructuras de hormigón, por lo que se hace necesario un control riguroso tanto en la construcción como en las distintas etapas de la vida útil, donde se deben estudiar cuidadosamente la evolución de las fisuras y la configuración de las mismas.

A pesar de la importancia del tema muy pocos códigos contienen reglas o recomendaciones precisas para verificar la seguridad a falla debido a la acción de cargas repetitivas en estructuras de hormigón. Muchas veces se consideran cargas predominantemente estáticas a pesar de ser variables, como por ejemplo en los puentes carreteros en los que las cargas reglamentarias son superiores a las probables cargas máximas que se pueden presentar. Teniendo en cuenta la evidencia de fatiga ocurrida en algunos casos estudiados se necesitan condiciones de diseño más realistas, no solo con respecto a la resistencia a fatiga, sino también considerando la deformación y fisuración.

### **3.3. FATIGA EN EL ACERO.**

La fatiga en el acero se debe a la formación y propagación de microfisuras.

La formación de microfisuras se asocia generalmente con puntos de concentración de tensiones en el material.

Se puede considerar que el proceso de fatiga involucra dos etapas: una fase de iniciación muy puntual, y otra de propagación de las fisuras, hasta que se produce la falla. Esto se ilustra, para el caso de una barra de acero, en la figura 3.1.

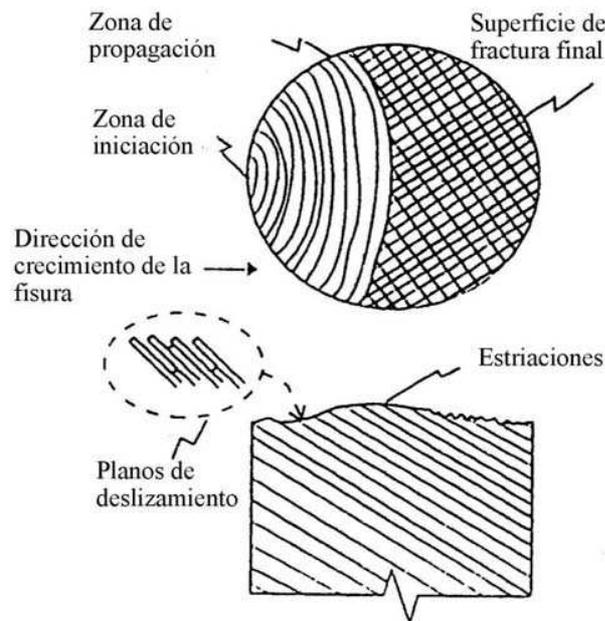


Figura 3.1: Superficie de falla por fatiga en una barra de

Los sitios más comunes de formación de microfisuras durante la etapa inicial son los defectos superficiales del material. Desde este punto de vista, la resistencia a fatiga se vincula con las propiedades del material y de sus inhomogeneidades superficiales.

Para superficies lisas, la formación de fisuras se relaciona con planos de deslizamiento, a causa de que el ciclo de tensión produce un perfil superficial irregular sobre el metal que conduce a la formación de microfisuras.

En la etapa de propagación, las fisuras crecen siguiendo una ley exponencial con el tiempo, hasta que la sección transversal de la barra se reduce tanto que no puede soportar la carga y se produce el colapso.

- Resistencia a la fatiga.

La resistencia a la fatiga del acero convencional se puede definir como el rango de tensiones ( $\sigma_{\text{máx}} - \sigma_{\text{mín}}$ ) que el mismo puede soportar repetidamente, para un determinado número de ciclos de carga.

- Propiedades del material.

Para barras de acero con nervaduras, como son las que normalmente se emplean en hormigón armado o pretensado, los nervios producen concentración de tensiones que pueden provocar la aparición de fisuras y afectar la resistencia a fatiga, haciendo que esta última deje de ser proporcional a la resistencia estática.

### **3.3.1. FATIGA EN ACEROS PARA HORMIGÓN ARMADO.**

#### **Barras inmersas en hormigón.**

La resistencia a la fatiga de una barra de acero de una viga de hormigón armado se encuentra afectada por los siguientes factores:

- Gradiente de tensiones debido a la curvatura de la viga.
- Variaciones bruscas de la curvatura en correspondencia con fisuras.
- Presión del hormigón sobre las nervaduras de la barra.
- Efecto friccional (abrasión) debido al movimiento relativo entre la armadura y el hormigón circundante en la zona cercana a la fisura.
- Las fallas en las barras embebidas en hormigón siempre se producen en coincidencia con la ubicación de una fisura, debido a que allí el acero soporta un pico de tensión.

#### **3.3.1.1. Resistencia a la fatiga de aceros para hormigón armado.**

En la literatura técnica se indica que las principales variables a considerar en la resistencia a fatiga de los aceros son:

- Geometría superficial.

Un estudio analítico indica que el ancho, altura, ángulo de inclinación y radio de una protuberancia en la barra afectan la magnitud de la concentración de tensión que se produce, por lo que el efecto de las nervaduras y sus defectos pueden causar una reducción importante en la resistencia a la fatiga. Estos puntos de concentración de tensión son donde se inicia la fractura por fatiga.

- Diámetro de la barra.

Tilly (1979) y Moss (1980) comprobaron que la resistencia a la fatiga se reduce al aumentar el diámetro de la barra, ver figura 3.2. Según McGregor (1971) esto se debe en parte al efecto tamaño y en parte al incremento del tamaño del grano con el diámetro.

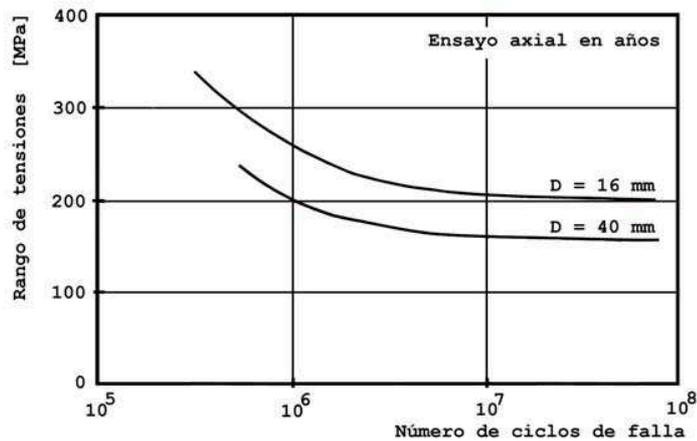


Figura 3.2: Influencia del tamaño de la barra en la resistencia a fatiga

- Doblado de barras.

Tilly (1979) y Pfister-Hognestad (1964) han encontrado que el doblado de las barras reduce su resistencia a fatiga. Dicha reducción es una función directamente proporcional al diámetro de la barra, e inversamente proporcional al diámetro del mandril de doblado, según comprobaciones experimentales de Rehm (1969) y Spitzner (1971).

- Uniones.

Generalmente se considera (debido a la escasa información experimental que se posee) que las uniones deberían evitarse en situaciones en que la sobrecarga puede causar grandes variaciones de tensión.

El uso de soldadura no es recomendable en lugares donde las cargas cíclicas puedan ser importantes.

ACI Committee 215 indica que cuando los estribos se fijan a las barras mediante soldadura, se produce una reducción de la resistencia a la fatiga del orden de un tercio con respecto a cuando se materializa la unión con alambre (por atadura).

- Corrosión.

La corrosión de armaduras desencadena un proceso de deterioro progresivo en las estructuras de hormigón armado que afecta, por un lado a las propiedades de los materiales constitutivos y por otro a los mecanismos de interacción entre ambos, la adherencia.

La corrosión modifica las condiciones superficiales de la armadura. Se puede formar una película de productos de corrosión en la interface (corrosión general) que produce una reducción de la sección transversal de la barra. También se pueden producir daños localizados como por ejemplo picaduras (corrosión local o por picado), las cuales son muy difíciles de detectar y resultan muy perjudiciales, pues reducen notablemente el área transversal efectiva.

Ambas pueden inducir a concentración de tensiones y eventualmente llegar a la falla prematura.

### **3.3.2. FATIGA EN ACEROS DE PRETENSADO.**

El comportamiento a fatiga de los aceros de pretensado es similar al de los aceros para hormigón armado en cuanto a la barra desnuda se refiere.

En el pasado (antes del uso del pretensado parcial) la fatiga de los aceros de pretensar no representaba un factor crítico de diseño porque, en elementos de hormigón con pretensado total o limitado, no ocurrían fisuras a través de su vida de servicio.

Teóricamente, la variación máxima de tensión en el acero traccionado es igual a  $n$  veces la suma de la precompresión más la resistencia a la tracción del hormigón en el nivel del acero, donde  $n$  es la relación de módulos de elasticidad del acero y del hormigón. El orden de este rango está entre 50 y 100MPa y está por debajo del límite a la fatiga del acero de pretensar.

El uso del pretensado parcial exigió un mejor conocimiento del comportamiento a fatiga de los aceros de pretensado. Las razones son: en primer lugar la elevada variación de tensión que puede ocurrir bajo condiciones de carga de diseño, y en segundo lugar la reducción de la resistencia a la fatiga en los tensores, causada principalmente por la fricción entre la vaina y los alambres tensores.

#### **3.3.2.1. Principales parámetros a considerar para el análisis de fatiga en aceros de pretensado.**

- Tipo de acero de pretensado.

**Alambres:** Las características a fatiga de los alambres varían ampliamente según sea el proceso de fabricación, la resistencia a tracción y el tipo de nervadura que difiere entre un fabricante y otro. Pero su comportamiento a fatiga no está aún completamente conocido.

**Barras:** En Alemania y Rusia se comprobó que las características a fatiga de sus barras, expresadas como porcentaje de su resistencia última, son similares a las de los cordones de dos o tres alambres. No se tiene gran cantidad de resultados experimentales para ciclos de carga mayores a los 2.000.000.

**Cordones de dos o tres alambres:** Numerosos investigadores han estudiado el comportamiento a fatiga de los mismos. La resistencia a fatiga de las trenzas es menor que la de igual número de alambres. Generalmente la falla por fatiga se produce en uno de los alambres exteriores de la trenza debido al hecho de que la carga se transfiere por fricción al alambre central, por lo que este último tiene menor tensión a causa de posibles deslizamientos. Además los alambres externos causan tensiones torsionales que junto a la fricción producen un estado tensional complejo y que, siendo también variable cíclicamente, reduce la resistencia a fatiga.

- Tensión.

El rango de tensiones es el factor más crítico a ser considerado en el diseño, y depende principalmente del rango de carga y el nivel de pretensado, El Shahawi-Batchelor (1986).

La resistencia de un material a la fatiga es frecuentemente descripta por la curva S-N, donde S representa el rango de tensiones en el material y N el número de ciclos para la falla, también denominada vida a la fatiga. Bajo un cierto rango de tensión, denominado límite de resistencia algunos materiales no fallan hasta un número cuasi infinito de ciclos. Los aceros de pretensado no parecen tener un "límite de resistencia". Una vida de fatiga de dos millones de ciclos es considerada un mínimo y para algunas aplicaciones particulares, una vida de hasta diez millones de ciclos se considera para el diseño.

El FIP Commission on Prestressing Steels sugiere el uso del diagrama de Smith, graficado con la tensión media (figura 3.3). El ACI Committee 215 recomienda para el estudio de la fatiga en estructuras un rango de tensión máxima de:

$0.1 \times f_{pu}$  ..... para alambre pretensadas.

$0.12 \times f_{pu}$  ..... para cordones de dos o tres alambres.

Tales límites son sustancialmente más altos que los valores del rango de tensión observados en elementos no fisurados completamente pretensados.

Si la fisuración está permitida o si se emplea pretensado parcial, las limitaciones anteriores pueden tornarse críticas para el diseño. Naaman (1982)

El diagrama de Smith para un determinado acero y un número de ciclos fijado, que generalmente es de 2.000.000 de ciclos, muestra como disminuye la variación de tensión a medida que aumenta la tensión media (figura 3.3). Allí se puede observar como la amplitud de oscilación ( $2.S_A$ ) de un acero de pretensar decrece, relativamente despacio, cuando aumenta la tensión base  $S_{\min}$ , hasta que ésta es tan alta que  $S_{\max}$  alcanza el límite elástico 0.2%; después disminuye más rápidamente y se anula cuando la tensión base  $S_{\min}$  es igual a la resistencia bajo carga mantenida. Se ha generalizado la costumbre de determinar la variación de tensión entre la tensión nominal de pretensado y el 90% del límite de fluencia.

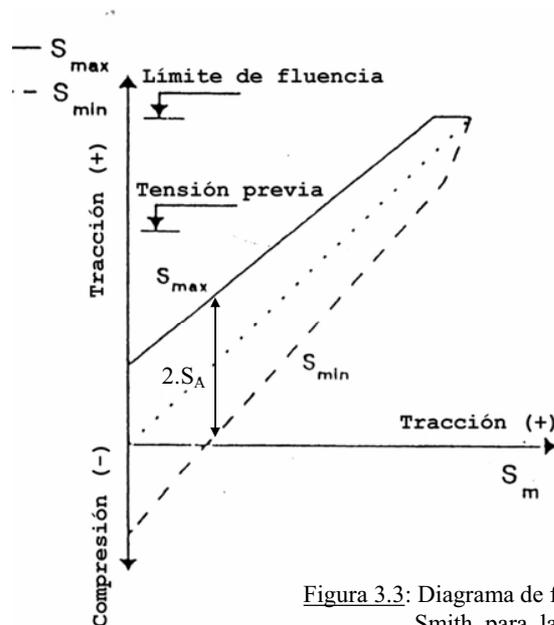


Figura 3.3: Diagrama de fatiga según Smith para la zona de tensiones oscilantes

- Frecuencia.

A igual número de ciclos las frecuencias bajas conducen a una menor resistencia a fatiga. Esto vale para el caso en que existe fricción entre el acero de pretensado y las vainas en elementos parcialmente pretensados, o para fricción en anclajes y acoplamientos, como así también para el comportamiento de las trenzas desnudas las cuales, están influenciadas por el efecto de fricción entre los alambres adyacentes.

- Anclajes y acoplamientos.

Aunque la mayoría de los sistemas de anclaje pueden desarrollar la resistencia estática del acero de pretensar, ellos no pueden alcanzar la misma resistencia a fatiga. Las causas de ello son los efectos de entalladura en las roscas, la corrosión por fricción en las cuñas, manguitos trefilados y anclajes en lazo, o la flexión y enderezado de los aceros que se originan en la zona de desvío al tesar. Por ello hay que prestar debida atención en colocar los empalmes fuera de la zona de momentos máximos, tratando que la variación de tensión quede con suficiente seguridad por debajo de la variación admisible para el empalme. Los datos disponibles hasta el presente, en lo que respecta al comportamiento a fatiga de los acoplamientos, son escasos.

- Corrosión.

La corrosión en aceros de pretensado se presenta del mismo modo que en acero estructural, aunque se conoce que el acero de pretensado es mucho más sensible, principalmente porque el diámetro de los alambres de trenzas y cables de pretensado son relativamente pequeños. Pequeñas muescas pueden producir una fractura brusca debido a las altas tensiones que se presentan.

- Adherencia.

Los efectos de adherencia y fisuración determinan algunas diferencias entre las características a fatiga del acero de pretensar en aire y aquel idéntico en un elemento pretensado de hormigón.

La resistencia a fatiga disminuye en más de un 15% en los alambres de pretensado que se encuentran embebidos en el hormigón. Esta reducción es atribuida al efecto causado por la abrasión (corrosión por fricción) en la interface hormigón - acero.

### **3.3.3. DIRECTIVAS DEL REGLAMENTO CIRSOC PARA LA VERIFICACIÓN DE LAS TENSIONES EN EL ACERO BAJO CARGAS DE SERVICIO.**

En el caso de acciones no predominantemente estáticas el Reglamento CIRSOC 204, establece:

- Acciones no predominantemente estáticas.

Se consideran como tales a las acciones con impacto, a las acciones que se repiten con gran frecuencia, a las fuerzas de inercia de máquinas no equilibradas, a las cargas móviles en puentes grúa, a las cargas en losas expuestas al tránsito, etc..

a) Se deberá verificar que la amplitud de oscilación de las tensiones en los anclajes extremos con cuerpos de anclaje, y en los acoplamientos fijos y móviles, no supere el 70% de la amplitud de oscilación admisible indicada en el certificado de aceptación del sistema de pretensado. Para toda la extensión restante de los elementos tensores, la amplitud de oscilación de tensiones no deberá sobrepasar el 40% de la resistencia a la fatiga del acero de pretensado en estado libre (no hormigonado) ni el valor de  $140\text{MN/m}^2$ , siempre que en el certificado de aptitud del acero no figuren valores distintos correspondientes a las oscilaciones de tensiones admisibles en estado hormigonado.

b) Para el acero no tesado:

- Acero AL - 220 (I): no existen restricciones para la amplitud de las oscilaciones de tensión que aparecen bajo cargas de servicio.
- Acero ADN - 420 (III) y ADM - 420 (III): la amplitud de la oscilación no puede sobrepasar los siguientes valores bajo cargas de servicio:
  - en partes rectas o de pequeña curvatura  $140\text{MN/m}^2$ .
  - en todas las barras, en las zonas de doblado y en estribos:  $110\text{MN/m}^2$ .

Si las solicitaciones de la armadura son oscilantes (variando entre tracción y compresión), puede estimarse la tensión de compresión del acero en diez veces el valor de la tensión de compresión del hormigón a la altura del baricentro de la armadura.

c) En esta verificación, además de la acción de las cargas permanentes y del pretensado, incluyendo las pérdidas por relajación, retracción y fluencia lenta, se considerarán también como solicitaciones permanentes: al asentamiento, las diferencias de temperatura y el momento ficticio adicional, siempre que resulten desfavorables para la verificación de la amplitud de oscilación de las tensiones.

El momento ficticio adicional resulta ser:  $\Delta M = \pm 10 \cdot 10^{-5} EI/d_0$

Donde:

EI: rigidez a flexión en el estado I.

$d_0$  : espesor de la sección considerada.

d) Si en la sección considerada se tienen tensiones de tracción, la verificación deberá realizarse para el estado II, y en ella solo se requerirá considerar las oscilaciones de tensión originadas por acciones variables..

En el caso de puentes, cuando los elementos estructurales estén solicitados por cargas no predominantemente estáticas, se deberá verificar la amplitud de la oscilación de las tensiones  $\Delta\sigma_s$  originadas por las combinaciones límites de las solicitaciones.

$$S_{\max} = \max(\alpha_p \cdot S_p + \alpha_s \cdot S_s) + S_g \quad (3.1)$$

$$S_{\min} = \min(\alpha_p \cdot S_p + \alpha_s \cdot S_s) + S_g \quad (3.2)$$

Donde:

$S_g$  : valor de la solicitación debida a las acciones permanentes.

$S_p$  : valor de la solicitación debida a trenes de carga normales, incluido el coeficiente de impacto.

$S_s$  : es el valor de la solicitación debida a trenes de carga normales sobre rieles (puentes ferroviarios o tranviarios) incluido el coeficiente de impacto.

$\alpha_p = 0.5$  para sobrecargas distribuidas y para sobrecargas de vehículos de 600KN.

$\alpha_p = 0.8$  para vehículos de 120KN y 300KN respectivamente.

$\alpha_s = 1.0$  para sobrecargas de vehículos sobre rieles.

En el caso de ménsulas solicitadas frecuentemente por cargas elevadas, por ejemplo, en los extremos de los tableros y para elementos estructurales en voladizo, normales a la dirección del tránsito, la amplitud de la oscilación se calculará con  $\alpha_p = 1$ .

#### **Comentarios del Reglamento CIRSOC 204:**

a) En estructuras con pretensado parcial, la tensión en el acero de pretensado crece proporcionalmente a las cargas o solicitaciones recién cuando se ha sobrepasado la solicitación de decompresión.

El Reglamento CIRSOC 204 recomienda, para los casos en que  $\Delta\sigma$  y  $p$  no sean proporcionales, aplicar el coeficiente de reducción  $\alpha$  no a las cargas  $p$ , sino a la variación

total  $\Delta\sigma$  originada por  $p$ , y comparar la variación  $\alpha\Delta\sigma$  con la variación de tensión admisible.

b) La verificación a fatiga debe realizarse en el caso de pretensado parcial, tanto para el acero de pretensado como para el acero no teso, en toda la extensión de la estructura.

La variación en el acero pretensado no debe sobrepasar los  $140\text{MN/m}^2$ , ni el 40% del valor admisible de la resistencia a la fatiga del acero de pretensado, determinada en estado libre (no hormigonado), e indicada en el certificado de aptitud del acero. En general será determinante este último valor.

El factor de reducción 0.4 incluye un coeficiente de seguridad, como también el efecto desfavorable sobre la resistencia a la fatiga del acero, originada por la adherencia con el hormigón. Ensayos efectuados en la Universidad Técnica de Munich indican que la resistencia a la fatiga de aceros en probetas hormigonadas disminuye al 70% y hasta el 45% del valor de la resistencia a la fatiga determinada en ensayos con el acero libre (no hormigonado).

c) La verificación en la amplitud de la oscilación se debe hacer con cargas de servicio, y en estado II, si en la sección transversal aparecen tensiones de tracción.

Se deben considerar, a los efectos de la verificación, como cargas actuantes en forma permanente, a la carga permanente propiamente dicha, al pretensado (incluyendo relajación, fluencia lenta y retracción), a las sollicitaciones debidas a un probable asentamiento de apoyos (siempre que resulten desfavorables), a las sollicitaciones por temperatura y además un momento ficticio adicional.

$$\Delta M = \pm 10 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{E \cdot I_o}{d_o} \quad (3.3)$$

Para las acciones variables se requiere considerar las oscilaciones de tensión originadas por cargas repetidas frecuentemente, como por ejemplo, las cargas definidas como no predominantemente estáticas.

d) El Reglamento CIRSOC da valores estimativos para la resistencia a la fatiga, de acuerdo a diferentes Códigos:

- El Código Modelo CEB (1978) indica que: en ausencia de resultados de ensayos, se pueden admitir los siguientes valores para  $\Delta f_{Sk}$  (resistencia a la fatiga con  $\sigma_{\min} = 0$ )

Barras lisas	250 MPa
--------------	---------

Aceros de pretensado sin adherencia de forma	200 MPa
Aceros de pretensado con adherencia de forma	150 MPa
Barras de alta adherencia	100 MPa

Estos valores se deben reducir para curvaturas ( $1 - 1.5 d_s/r$ ), soldadura por puntos (0.4) soldadura por cordón continuo (0.4), etc.

$d_s$  : diámetro de la barra (armadura longitudinal).

$r$  : coeficiente para caracterizar la adherencia del acero.

Estos valores deben afectarse con un factor  $\gamma_{fat} = 1.15$ , según CEB. De acuerdo a lo establecido por CIRSOC y que fuera indicado precedentemente se requiere multiplicarlos aún por 0.4.

- En la recomendación de la FIP Practical Design of Reinforced and Prestressed Concrete Structures (1984) se indica que:

La resistencia característica a la fatiga  $\Delta f_{Sk}$ , deducida de ensayos en los que  $\sigma_{m\acute{a}x}$  es repetido  $2.10^6$  veces, se define:

- para el acero como el fractil del 10%.
- para los anclajes como el fractil del 50%.

En ausencia de ensayos pueden adoptarse los siguientes valores para  $\Delta f_{Sk}$ , para aceros de pretensado:

Elementos tensores con adherencia de forma	150 MPa
Elementos tensores sin adherencia de forma	200 MPa
Torones (strands)	200 MPa
Barras de alta adherencia	80 MPa

Los valores anteriores valen para elementos tensores libres, mientras que para elementos tensores en vainas o conductos inyectados o no, se deberán emplear valores menores.

Se establece además que la verificación a fatiga se hará para las cargas efectivas (es decir, con  $\gamma_{mayoración} = 1$ ). Las tensiones se calcularán en régimen elástico, teniendo en cuenta la fisuración del hormigón (estado II):

$$\Delta f_{sd}^{(design)} = \frac{\Delta f_{sk}}{\gamma_{fat}} \quad (3.4)$$

$\Delta f_{Sk}$  : se obtiene del cuadro anterior y para  $\gamma_{fat}$  se adopta 1.5.

Teniendo en cuenta la disminución de la resistencia a la fatiga por la adherencia con el hormigón (según ensayos se reduce a valores entre 45% y 70%) se llegaría de acuerdo a las recomendaciones del FIP al siguiente valor:

si  $\Delta f_{sk} \cong 200 \text{ MN/m}^2$

y considerando que:

- la reducción por adherencia con el hormigón  $\cong 0.70$

- y el coeficiente de minoración  $\gamma_{fat} \cong 1.5$

$$\Delta f_{sd} = \Delta \sigma_{adm} \cong 200 \cdot 0.7 \cdot \frac{1}{1.5} = 93 \text{ MN / m}^2 \quad (3.5)$$

### 3.4. FATIGA EN HORMIGÓN.

En el caso del hormigón los cambios originados por la acción de cargas repetitivas consisten, según algunas teorías, en la aparición y propagación de microfisuras hasta que se forman macrofisuras que originan concentración de tensiones y reducción de la sección transversal con un consecuente aumento de la deformación por pérdida de rigidez, pudiendo llegar a la fractura completa del material si es que el número de repeticiones de carga es suficientemente elevado.

La falla por fatiga en el hormigón se caracteriza por presentar deformaciones considerablemente grandes y difundida macrofisuración, en contraposición a la falla de este material bajo carga estática.

Los mecanismos de fisura no se encuentran completamente estudiados, y se han formulado distintas hipótesis respecto a la iniciación y propagación de las fisuras.

Murdock-Kesler (1960) suponen que la falla por fatiga puede ser atribuida al deterioro progresivo de la adherencia entre el agregado grueso y la matriz (pasta de cemento más agregado fino) juntamente con una reducción de la sección del elemento. La falla final del espécimen ocurriría por fractura de la matriz. Ellos afirman que el desarrollo de las fisuras podría magnificarse si el módulo elástico de los agregados excede el de la matriz.

El Rilem Committee (1984) asocia el mecanismo de fatiga en el hormigón al desarrollo de microfisuras tanto en la interface entre la matriz y el agregado grueso como en la matriz misma.

### 3.4.1. RESISTENCIA A FATIGA DEL HORMIGÓN.

La resistencia a fatiga se define generalmente como una fracción de la resistencia estática que puede soportar un elemento para un número de repeticiones de carga prefijado. El Comité 215 del ACI (1998) indica que la resistencia a la fatiga del hormigón, para una vida de 10.000.000 de ciclos (para compresión, tracción o flexión) es de aproximadamente el 55% de la resistencia estática.

Entre las razones más importantes, por las cuales el Committee 215 del ACI hace notar que la resistencia a fatiga de los elementos de hormigón puede ser una consideración importante de diseño, se encuentran:

- El empleo difundido del cálculo en estado último, y de materiales de alta resistencia que requieren de un comportamiento estructural satisfactorio bajo altos niveles de tensión.
- La utilización de elementos de hormigón en diferentes tipos de aplicaciones, donde se presentan cargas repetitivas tales como puentes de hormigón pretensado, pavimentos continuos de hormigón armado, etc.
- El reconocimiento de que los anchos de fisuras y las deformaciones, medidos bajo la aplicación de cargas estáticas, se incrementan en presencia de cargas repetitivas. Esto altera las características estáticas del sistema estructural de cargas.

El efecto del rango de tensiones se puede representar mediante un gráfico semilogarítmico que indica el nivel de tensión máxima  $S_{m\acute{a}x}$ , en escala decimal y en función del número de ciclos que provocan la falla  $N_f$ , en escala logarítmica, tal como se indica en la figura 3.4.

Las curvas S-N son también denominadas curvas de Wohler o curvas de nivel de tensión - vida útil en fatiga.

Los resultados de ensayos a fatiga, usualmente presentan mayor dispersión que los provenientes de ensayos estáticos. Esto hace que los resultados de ensayos a fatiga pueden ser considerados teniendo en cuenta procedimientos probabilísticos: para valores dados de carga máxima, carga mínima y número de ciclos, la probabilidad de falla puede estimarse desde los

resultados de ensayos. Repitiendo esto para varios números de ciclos, se puede obtener una relación entre probabilidad de falla (P) y número de ciclos (N) hasta la falla para un nivel de carga dado. A partir de estas relaciones se grafican las curvas S-N para varias probabilidades de falla.

En la figura 3.4 se pueden observar curvas representando el 98%, el 50% y el 1% de probabilidad de falla.

La curva usual de fatiga es aquella que se muestra para una probabilidad de falla del 50%. Pero el diseño puede estar basado en una probabilidad de falla inferior.

A diferencia del acero, el hormigón aparentemente no tiene un límite de fatiga, es decir un nivel de tensiones por debajo del cual la vida de fatiga sea infinita.

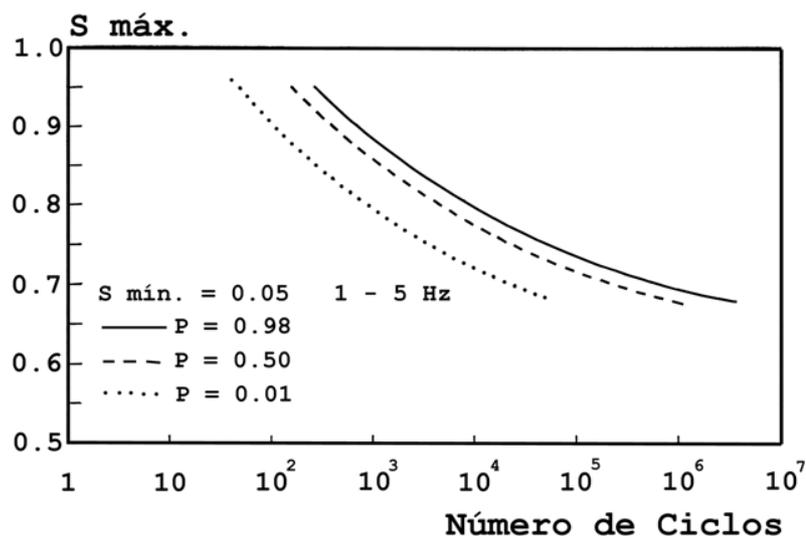


Figura 3.4: Curvas Tensión-Número de ciclos de fatiga-Probabilidad de falla

Gao y Thomas Hsu (1998) establecen que la deformación por fatiga del hormigón puede dividirse en:

- Deformación irreversible causada por fluencia lenta cíclica bajo acción de tensiones promedio.
- Deformación irreversible causada por fisuras por fatiga.
- Deformación por variación o fluctuación por fatiga.

Consideran que el conocimiento sobre el comportamiento a fatiga del hormigón es de suma importancia en el diseño de estructuras y en la determinación de la fatiga residual en la vida de las estructuras existentes. En el pasado, las investigaciones sobre el comportamiento a fatiga del hormigón, generalmente han sido experimentales. Hay también varios métodos analíticos para modelar los mecanismos de fatiga en el hormigón, los cuales están basados principalmente en los mecanismos de fractura. Estos modelos pueden ser usados para predecir la propagación de fisuras por fatiga, en el curso de la vida de la estructura, a través del comportamiento del hormigón bajo carga de fatiga. También se plantean modelos basados en la teoría de daño.

#### **3.4.1.1. Factores que influyen en la resistencia a la fatiga del hormigón.**

- Composición y calidad del hormigón.

Si bien el efecto de la composición y calidad del hormigón no está suficientemente estudiado, el ACI Committee 215 (1998) establece que la resistencia a fatiga del mortero y del hormigón, son casi iguales cuando se los expresa como porcentaje de su correspondiente resistencia estática última.

Algunas variables, tales como contenido de cemento, relación agua / cemento, condiciones de curado, edad al cargar, cantidad de aire incorporado, y tipo de agregado, que afectan a la resistencia última estática, también influyen sobre la resistencia a la fatiga de manera proporcionalmente similar.

- Frecuencia de carga.

Numerosos investigadores han estudiado la influencia de la frecuencia de carga. Una conclusión común, tal como lo afirmado por el ACI Committee 215 (1998), es que frecuencias de carga entre 50 y 900 ciclos por minuto (c.p.m.) tienen poca influencia sobre la resistencia a la fatiga, siempre que el nivel de tensiones máximas sea menor que aproximadamente el 75% de la resistencia estática. Mientras que para niveles de tensión altos, se ha detectado una influencia significativa de la velocidad de carga. Bajo las mencionadas condiciones, los efectos de la fluencia lenta se tornan más importantes conduciendo a una reducción en la resistencia a fatiga con la disminución de la velocidad de carga.

- Variación de la carga en el tiempo.

En la mayoría de los ensayos de fatiga la carga repetitiva tiene una variación sinusoidal.

El Comité 215 del ACI indica que la mayoría de los ensayos de laboratorio son idealizados, debido a que en ellos las cargas alternan entre valores máximos y mínimos constantes; mientras que, los elementos estructurales de hormigón pueden estar sujetos a cargas que varían al azar. Actualmente no hay datos disponibles que muestren el efecto de esta variación de carga real sobre el comportamiento a fatiga del hormigón. Ensayos de laboratorio han mostrado que períodos de reposo y de cargas sostenidas intercalados entre ciclos de carga repetida tienden a incrementar la resistencia a la fatiga del hormigón. En esos ensayos, los especímenes estaban sujetos a niveles relativamente bajos de tensiones sostenidas, si esos niveles están por encima del 75% de la resistencia estática, la carga sostenida puede provocar efectos perjudiciales sobre la vida a fatiga.

- Variación de la curva tensión - deformación.

Las curvas tensión - deformación varían con el número de repeticiones de carga cambiando, no solo la pendiente, sino también la concavidad al aumentar los ciclos de carga tal como se observa en la figura 3.5. Similar al comportamiento bajo carga sostenida, la deformación del hormigón durante la aplicación de la carga repetida se incrementa sustancialmente más allá del valor observado después de la primera aplicación de la carga.

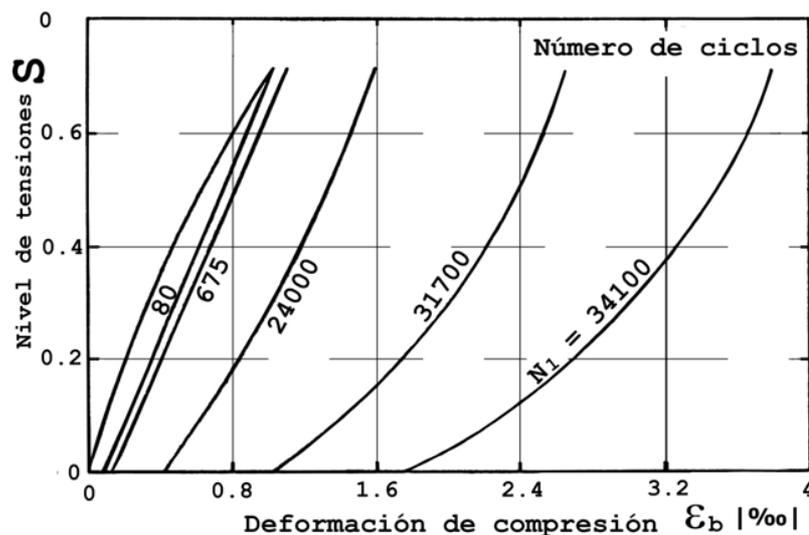


Figura 3.5: Variación de la curva tensión - deformación del hormigón con el número de ciclos.

Como se ha podido observar gran parte de la información presentada por ACI Committe 215 (1998) está basada en resultados de ensayos efectuados sobre diferentes tipos de especímenes sujetos a variadas condiciones de carga. Allí se recomienda que en consecuencia se deberá tener cautela en la aplicación de la información presentada en ese reporte.

### 3.4.2. DEFORMACIÓN PRODUCIDA POR CARGA CÍCLICA.

Holmen (1982) analiza el comportamiento a fatiga del hormigón por acción de varias historias de carga. Para la parte experimental de su estudio emplea especímenes cilíndricos, manteniendo constantes determinadas características, tales como:

- proporciones de la mezcla
- edad del hormigón al momento del ensayo
- condiciones ambientales (humedad relativa ambiente 60%)
- frecuencia de carga

Holmen considera a la deformación total máxima ( $\epsilon_{m\acute{a}x}$ ) como resultado de la suma de dos componentes de deformación:

$$\epsilon_{m\acute{a}x} = \epsilon_e + \epsilon_t \quad (3.6)$$

$\epsilon_e$  : deformación relacionada con la resistencia del especimen.

$\epsilon_t$  : deformación tiempo-dependiente. Es independiente de la resistencia del especimen y puede considerarse equivalente a la deformación por fluencia lenta.

Basado en los resultados de los ensayos presenta las siguientes expresiones para determinar la deformación total máxima:

- Para  $0 \leq N / N_f \leq 0.10$ :

$$\epsilon_{max} = \frac{\epsilon_{ci}}{\sigma_{max}} \cdot \left[ \sigma_{max} + 3.18 \cdot (1.183 - \sigma_{max}) \cdot \left( \frac{N}{N_f} \right)^{0.5} \right] + 0.413 \cdot S_c^{1.184} \cdot Ln(t + 1) \quad (3.7)$$

- Para  $0.10 \leq N / N_f \leq 0.80$ :

$$\varepsilon_{max} = \frac{1.11 \cdot \varepsilon_{ci}}{\sigma_{max}} \cdot \left[ 1 + 0.677 \cdot \left( \frac{N}{N_f} \right) \right] + 0.413 \cdot S_C^{1.184} \cdot Ln(t+1) \quad (3.8)$$

donde:

N: número de ciclos de carga.

$\varepsilon_{m\acute{a}x}$  : deformación total máxima [‰].

$\varepsilon_{ci}$  : deformación total máxima durante el primer ciclo de carga [‰].

$\sigma_{m\acute{a}x}$  ,  $\sigma_{m\acute{i}n}$  : nivel de tensiones, máximo y mínimo respectivamente.

$$\sigma_{max} = f_{cmax} / f_c' \quad (3.9)$$

$$\sigma_{min} = f_{cmin} / f_c' \quad (3.10)$$

$f_{cmin}$  : tensión mínima de compresión del hormigón en la fibra superior para el primer ciclo de carga.

$f_c'$  : resistencia característica del hormigón en compresión.

$S_C$  : nivel de tensiones característico.

$$S_C = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} + \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2 \cdot \sqrt{2}} \quad (3.11)$$

$N_f$  : número de ciclos de falla, basado en la expresión del Rilem Committee (1984).

$$N_f = 10 \left( \frac{1 - \sigma_{max}}{\beta_o \cdot (1 - R)} \right) \quad (3.12)$$

$$R = \sigma_{min} / \sigma_{max} \quad (3.13)$$

$\beta_o$  : constante del material (varía entre 0.064 y 0.080).

t : duración de la carga cíclica en horas.

Finalmente Holmen establece que estas expresiones también tienen validez cuando la amplitud de carga es variable (aleatoria).

### 3.4.3. EFECTO DE LA CARGA CÍCLICA SOBRE LA FLUENCIA LENTA DEL HORMIGÓN.

Bajo condiciones de operación reales muchas estructuras están sujetas a la acción de cargas dinámicas, sumadas a la carga estática. Las cargas dinámicas son a menudo cíclicas por naturaleza, como por ejemplo el caso de cargas producidas por la circulación de vehículos sobre los puentes.

Bajo cargas cíclicas de varias repeticiones, la fluencia lenta del hormigón se acelera.

Avram (1981) determinó que para una misma duración total, la deformación bajo carga repetida resultaba significativamente mayor que la producida bajo carga sostenida.

Snowdon (1971), Sparks and Menzies (1973), Lovegrove and Salah (1982) y Shinzo, Shoichi and Masaru (1985) orientaron sus investigaciones para estudiar el comportamiento de vigas de hormigón armado bajo carga repetida. Sus resultados mostraron que vigas de hormigón armado sujetas a carga repetida podían sufrir deformaciones excesivas no predichas, si sólo se consideraba a la carga actuante como estática. Notaron que las deformaciones de los elementos de hormigón armado se incrementaban con el número de repeticiones de carga.

Varios intentos han efectuado los investigadores en el tema, para describir el complicado fenómeno de la fluencia lenta cíclica del hormigón.

Balaguru y Shah (1982) adoptan el modelo de fluencia lenta cíclica de Whaley y Neville (1973) indicando que estos últimos autores han demostrado que la variación de tensión cíclica desde  $\sigma_{\min}$  a  $\sigma_{\max}$  llega a producir deformaciones por fluencia lenta, mayores que las que se producen cuando se mantiene  $\sigma_{\max}$  constante.

De manera similar a la deformación por fluencia lenta estática, la deformación por fluencia lenta cíclica en la zona a compresión del hormigón, causará un incremento en la tensión de tracción del acero, así como también un incremento en los anchos de fisura y en la deformación.

Whaley y Neville basados en los resultados de sus ensayos, han establecido que la deformación por fluencia lenta cíclica puede ser expresada como la suma de dos componentes de deformación:

- una componente de deformación media, que es la deformación por fluencia lenta producida por la tensión media estática  $\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$
- una componente adicional de fluencia lenta cíclica dependiente de la tensión media ( $\sigma_m$ ) y del rango de tensiones  $\Delta = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})$ .

Por lo expuesto proponen la siguiente ecuación de predicción para la deformación total por fluencia lenta cíclica.

$$\varepsilon_c = 129 \cdot \sigma_m \cdot (1 + 3.87 \cdot \Delta) \cdot t^{1/3} \quad (3.14)$$

‘t’ es el tiempo que transcurre desde el comienzo de la carga.

La ec. (3.14) expresa ambas componentes de la fluencia lenta: la cíclica y la estática en función del tiempo.

Waley y Neville reportaron que los resultados calculados con este modelo se aproximaban muy bien a los datos experimentales, cuando se cumple que:

- $\sigma_m < 0.45$  . (Resistencia a compresión del hormigón)
- $\sigma_{pp} < 0.3$  . (Resistencia a compresión del hormigón)

Para valores mayores de  $\sigma_m$  (tensión media) ó  $\sigma_{pp}$  (amplitud entre picos de tensiones) la discrepancia de resultados se torna considerable.

Estos autores no consideraron algunos factores que influyen sobre la fluencia lenta, tales como: humedad relativa ambiente, forma del elemento estructural, frecuencia de carga, y edad de carga.

Posteriormente, la expresión (3.14), basada en resultados de ensayos de especímenes, a una frecuencia de 585 ciclos por minuto, fue modificada por Balaguru y Shah, en función del número de ciclos de cargas (N) extendiendo, de esta forma, el método para que sea aplicable a otras frecuencias. Como resultado de ello se obtiene la ecuación (3.15):

$$\varepsilon_c = 129 \cdot \sigma_m \cdot t^{1/3} + 17.8 \cdot \sigma_m \cdot \Delta \cdot N^{1/3} \quad (3.15)$$

Es importante hacer notar que las constantes usadas, por estos autores, para desarrollar las ecuaciones de predicción en el análisis, se basan en un número limitado de datos y pueden no ser aplicables para condiciones sustancialmente diferentes de las producidas durante los ensayos.

En una serie de estudios sistemáticos, Bazant y Panula (1979) usaron técnicas de optimización para adecuar numerosos datos de ensayos disponibles en la literatura, presentando un modelo práctico llamado BP para predecir la fluencia lenta y la retracción del hormigón, considerando: la composición de la mezcla de hormigón, la resistencia, la edad al aplicar la

carga, condiciones ambientales, tamaño y forma, etc. Estos autores también presentaron una versión simplificada del modelo BP, el denominado BP-2.

Se establece que el modelo BP ha considerado con razonable exactitud (el modelo BP-2 con menor exactitud) los efectos de varios factores importantes incluidos en la retracción, y en la fluencia lenta estática, por secado y cíclica.

Zhang, Liu, y Huang (1991) propusieron un método computacional basado en el modelo BP-2 para predecir la deformación y la distribución de tensión debido a la fluencia lenta y a la retracción del hormigón bajo carga estática.

Para estructuras de hormigón armado, bajo carga repetitiva, el uso del modelo BP para explicar la fluencia lenta del hormigón es aún escaso.

Koh, Ang y Zhang (1997) desarrollaron un procedimiento computacional para predecir la deformación de vigas de hormigón armado bajo carga cíclica sobre la base del modelo BP. A continuación se presentan las generalidades, allí expuestas, para la determinación del coeficiente de fluencia lenta cíclica.

Las cargas cíclicas superimpuestas sobre una carga estática, representan un estado de cargas típico sobre algunas estructuras. Esto generalmente causa un incremento de la fluencia lenta del hormigón comparado con la predicción por el principio de superposición.

Respecto del principio de superposición, el mismo determina que la respuesta a la suma de dos historias de tensiones o deformaciones es la suma de las respuestas a cada una de ellas tomadas separadamente.

Considerando una tensión pulsante de la forma:

$$\sigma = \sigma_{media} + \frac{\sigma_{pp}}{2} \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot \omega \cdot t) \quad (3.16)$$

donde:

$\omega$  : frecuencia [hertz].

$\sigma_{pp} / 2$  : amplitud de la tensión cíclica.

Si se supone que el principio de superposición se conserva, la deformación por fluencia lenta media causada por la tensión pulsante indicada en la ec. (3.16) se aproximaría después de algunos ciclos, a la deformación por fluencia lenta bajo tensión estática  $\sigma_{media}$ . Después de

muchos ciclos de carga repetida, se observa un valor considerablemente alto de deformación media.

La deformación anelástica adicional, conocida como fluencia lenta cíclica, debido a carga cíclica superimpuesta es entendida como el incremento más allá de la fluencia lenta estática que corresponde a la tensión media en lugar de la tensión máxima. De acuerdo con el modelo BP, la “compliance function”  $J(t, t_L) = \varepsilon / \sigma_{media}$ , donde  $\varepsilon$  representa la deformación en el nivel medio de los ciclos, responde a la siguiente expresión:

$$J(t, t_L) = \left[ \frac{1}{E_o} + C_{oc}(t, t_L) + C_d(t, t_L, t_d) \cdot g_{cr} - C_p(t, t_L, t_d) \right] \cdot f_{cr} \quad (3.17)$$

donde:

$$C_{oc}(t, t_L) = \frac{\varphi_1}{E_o} \cdot (t_L^{-m} + \alpha) \cdot (1 + k_\omega \cdot \varphi_{cr} \cdot \sigma_{pp}^2 \cdot \omega^n) \cdot (t - t_L)^n \quad (3.18)$$

$C_{oc}$  : fluencia lenta específica.

$k_\omega$  : tiene un valor promedio de 2.2 aproximadamente, y depende del valor de la frecuencia.

$C_d$ ,  $C_p$  : coeficientes que consideran el incremento de la fluencia lenta debido al secado, y la disminución de la misma después del secado respectivamente. Las expresiones para  $C_d$  y  $C_p$  son algo complicadas y dependen de parámetros tales como: humedad, proporciones de la mezcla, etc.

$\varphi_1$  : depende del material.

$m$ ,  $n$  : exponentes cuyos valores oscilan entre 1/3 y 1/8.

$\alpha$  : parámetro que indica la fluencia lenta (teórica) para edad de carga infinita

$E_o$  : representa al módulo elástico del hormigón cuando se aplican cargas instantáneas, y resulta difícil de determinar experimentalmente.

El módulo elástico convencional del hormigón  $E_c = 4730 \cdot \sqrt{f_c'} \text{ [MPa]}$ , que resulta de la aplicación gradual de cargas, suele usarse en lugar de  $E_o$  pero, los resultados no son adecuados ya que, existe entre ellos una marcada diferencia. Por ello Bazant y Panula han propuesto la siguiente ecuación para estimar el valor de  $E_o$ :

$$E_o = E_c \cdot [1 + \varphi_1 \cdot 10^{-n} \cdot (tL^{-m} + \alpha)] \quad (3.19)$$

La no-linealidad de la fluencia lenta estática y de la fluencia lenta cíclica está definida por las funciones  $f_{cr}$  y  $\varphi_{cr}$  de acuerdo a:

$$f_{cr} = \frac{R(\sigma_{media})}{R(0.3 \cdot f')} \quad (3.20)$$

$$\varphi_{cr} = \left[ \frac{R(\sigma_{m\acute{a}x})}{R(0.3 \cdot f')} \right]^{2.4} \quad (3.21)$$

donde:

$$R(\sigma) = 1 + 4.4 \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{\sigma}{f'} \right)^4} \right] \quad (3.22)$$

$f'$ : resistencia estática del espécimen. Como tal puede considerarse a la resistencia cilíndrica del hormigón a los 28 días.

Para tensiones mayores a las del rango de tensiones de servicio en carga cíclica, ambas respuestas del hormigón a corto y a largo plazo se transforman con tendencia no lineal.

Si se supone que la tensión máxima está dentro del rango de las tensiones de servicio, la no linealidad de la fluencia lenta no es significativa y las funciones  $f_{cr}$  y  $\varphi_{cr}$  pueden ser consideradas con valor uno. Así la función “compliance” se convierte en aproximadamente lineal y el coeficiente de fluencia lenta puede ser expresado como:

$$C(t, t_L) = C_{oc}(t, t_L) + C_d(t, t_L, t_d) - C_p(t, t_L, t_d) \quad (3.23)$$

Se puede observar que este modelo de Koh et al, resulta relativamente complejo, pues incluye coeficientes con expresiones complicadas, que además dependen de diferentes parámetros cuyo conocimiento no siempre es posible en la etapa de diseño.

### 3.5. FATIGA EN HORMIGÓN ARMADO Y HORMIGÓN PRETENSADO TOTAL O PARCIAL.

Generalmente en vigas de hormigón con pretensado total, los cambios de tensión en hormigón y acero, bajo sobrecargas repetitivas, no son críticos. En cambio, en el pretensado parcial, en el cual aparecen fisuras en el estado de servicio, la variación de tensión puede ser importante. Para ilustrar, se presentan en figura 3.6 (Gutierrez y otros 1991) tres vigas iguales: de hormigón armado, de hormigón pretensado parcial y de hormigón pretensado total que resisten un mismo momento último. Se observan los cambios de tensión para ambos aceros, de refuerzo y pretensado, en función de la carga, que varía desde sobrecarga nula hasta su valor máximo.

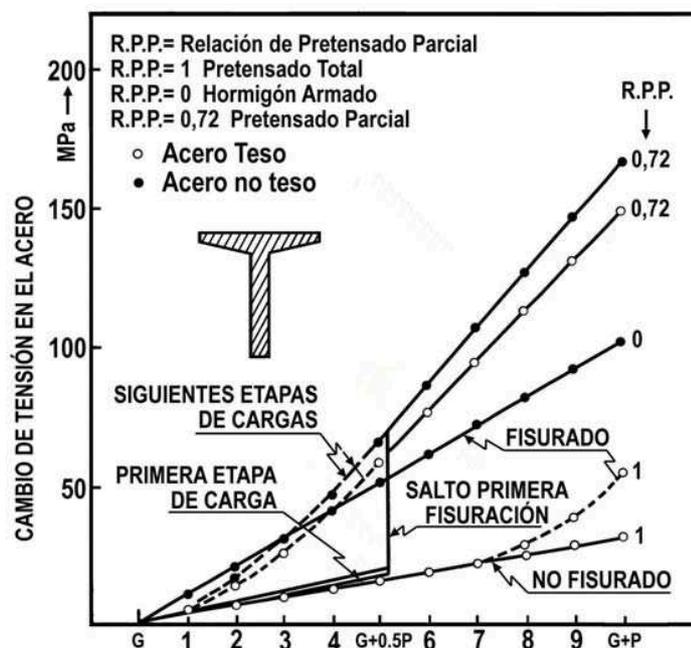


Figura 3.6: representación de vigas de hormigón armado, hormigón pretensado total y hormigón pretensado parcial, que resisten un mismo momento último.

Para carga viva completa el cambio de tensión es de 100MPa en el hormigón armado, 31 MPa en el acero tesado del pretensado total y 167/149 MPa en los aceros no tesado y tesado en la viga pretensada parcialmente. Por tal razón, se considera a la fatiga como un estado límite crítico en vigas parcialmente pretensadas. Un estudio de confiabilidad realizado por Naaman en 1985

demonstró que la probabilidad de falla por fatiga es mayor que la que se asocia a cualquier otro estado límite de servicio o rotura.

Las vigas de hormigón parcialmente pretensado, generalmente se diseñan para soportar cargas permanentes, y si bien, usualmente, no fisuran para cargas menores que las permanentes, pueden hacerlo para cargas ligeramente superiores. Este cambio de estado impuesto por la aplicación de la carga útil eleva bruscamente el eje neutro de la sección, dando lugar a grandes incrementos en las tensiones, tanto de los aceros, como del hormigón de las fibras comprimidas. La repetitividad de los cambios señalados crea daños por fatiga en los materiales, reduce la adherencia, y puede incluso conducir a una falla por fatiga. Barlek y otros (1990).

Siriaksorn y Naaman (1982) determinaron mediante un análisis probabilístico aproximado que la causa más probable de falla de los elementos parcialmente pretensados es la debida a fatiga. Por lo antedicho, en vigas parcialmente pretensadas la verificación de un adecuado comportamiento a fatiga es muy importante y tanto más en aplicaciones donde la carga total de servicio es repetitiva (puentes carreteros, ferroviarios, etc.).

Resumiendo conceptos de trabajos previos se puede decir que:

- Fisuras causadas temporariamente por cargas repetitivas pero infrecuentes no son peligrosas y pueden ser controladas con una armadura no tesa bien adherida y adecuadamente distribuida Abeles (1954, 1965).
- Para el caso de cargas mencionado anteriormente, y en vigas con un grado de pretensado mayor que 0.5, Bennet et al (1972) demostraron que aunque pueden producirse fisuras de gran ancho, estas cierran cuando se retira la carga.
- Ensayos realizados por Bennet y Joynes (1977), Foo y Wagner (1984), permitieron determinar que durante los primeros ciclos de carga se observa un rápido crecimiento de los anchos de fisura y de las flechas, luego de lo cual es posible observar un período estable que se desarrolla hasta aproximadamente el 80% ó 90% del ensayo. Este período se interrumpe cuando sobreviene la rotura de alguna de las barras, lo que conduce a una disminución de rigidez y en consecuencia a un incremento en el rango de tensiones de las restantes barras. Igual conclusión se encuentra en Harajli-Naaman (1985) y en El Shahawi Batchelor (1985) respecto de ensayos efectuados a vigas de hormigón parcialmente pretensado.
- Para aproximadamente la misma cuantía combinada, para valores crecientes de la relación de pretensado parcial (R.P.P.), corresponde incrementos en anchos de fisuras, flechas

y curvaturas en función del número de ciclos. Esto se explica por el hecho de que una cuantía importante de acero no teso traccionado (valores bajos de R.P.P.), mejora las características de adherencia, lo que conduce a un menor deterioro de la rigidez. El Shahawi and Batchelor (1986).

La relación de pretensado parcial (R.P.P.) es un índice que se define como la relación entre el momento máximo nominal provisto por la armadura tesa y el momento máximo nominal aportado por toda la armadura resistente (tesa y no tesa).

$$R.P.P. = \frac{A_p \cdot \sigma_{ps} \cdot \left(d_p - \frac{a}{2}\right)}{A_p \cdot \sigma_{ps} \cdot \left(d_p - \frac{a}{2}\right) + A_s \cdot \beta_s \cdot \left(d_s - \frac{a}{2}\right)} \quad (3.24)$$

Donde:

$$0 \leq R.P.P. \leq 1$$

$d_p$  : distancia desde la fibra superior hasta el baricentro de la armadura tesa.

$d_s$  : distancia desde la fibra superior hasta el baricentro de la armadura no tesa.

$a$  : distancia desde la fibra superior hasta la resultante de compresión.

$\sigma_{ps}$  : tensión en el acero teso cuando se alcanza el momento máximo  $\left(\frac{dM}{d\phi}\right) = 0$

- Manteniendo aproximadamente constante la R.P.P., y para rangos iguales (expresados como porcentaje de la carga última), Harajli et al (1985) establecieron que la cuantía combinada tiene poca influencia en el incremento de los anchos de fisuras, flechas, y curvaturas debidos a incrementos del número de ciclos.

- Para niveles bajos de carga, las oscilaciones de tensiones en las armaduras debidas a la carga cíclica disminuyen a medida que crece el grado de pretensado El Shahawi et al (1986).

- Estudios efectuados por Harajli et al (1985) y El Shahawi (1986) indican que las vigas parcialmente pretensadas con una adecuada combinación de acero no teso y teso, tienen mayor resistencia a la fatiga que las vigas de hormigón totalmente pretensadas fisuradas.

### 3.6. CONCLUSIONES.

- La resistencia a fatiga disminuye, en más de un 15%, en los alambres de pretensado que se encuentran embebidos en el hormigón. Esta reducción es atribuida al efecto causado por la abrasión, en la interface hormigón-acero.
- Por acción de cargas repetitivas sobre elementos estructurales de hormigón aparecen y se propagan microfisuras hasta que se forman macrofisuras que originan concentración de tensiones y reducción de la sección transversal con un consecuente aumento de la deformación por pérdida de rigidez.
- Debido a que las fisuras por fatiga en el hormigón no tienen una identificación definida, se hace necesario un control riguroso, estudiando cuidadosamente la evolución y configuración de las mismas.
- Los resultados de ensayos a fatiga usualmente presentan mayor dispersión que los provenientes de ensayos estáticos.
- Está demostrado que las cargas cíclicas causan un incremento de la fluencia lenta del hormigón.
- En la literatura se han encontrado pocos modelos que evalúen la influencia de la carga cíclica en la fluencia del hormigón.

*CAPITULO 4:****PREDICCIÓN DE ANCHOS DE FISURAS***

---

**4. 1. GENERALIDADES.**

La predicción de anchos de fisura, el control de su desarrollo, y una adecuada limitación de los mismos, se torna imprescindible para evitar problemas de durabilidad, funcionalidad y estética que posteriormente demandan la ejecución de costosas tareas de refuerzo y/o reparación.

La predicción de anchos de fisura en elementos de hormigón pretensado es un problema complejo, no sólo porque intervienen numerosas variables, muchas de las cuales no son fáciles de conocer en la etapa de diseño, sino principalmente porque los fenómenos que intervienen como la retracción, fluencia lenta, relajación de aceros y degradación de la adherencia acero-hormigón se encuentran interrelacionados, resultando difícil separar la influencia de cada uno de ellos sobre el resultado final.

Entre los parámetros más importantes que afectan los anchos de fisuras en elementos de hormigón armado con barras de acero convencional se destacan: la tensión en la armadura, el recubrimiento de la misma, el tipo de acero, su distribución y el área de hormigón traccionado.

En elementos de hormigón pretensado, la presencia adicional del acero teso complica aún más la predicción de anchos de fisura. Las expresiones utilizadas en hormigón armado no son directamente aplicables debido a que se incrementa el número de variables que influyen en la estimación de los anchos de fisuras, entre las que se pueden citar:

- Tipo de acero teso empleado (alambres, trenzas o cables) y sus características de adherencia.
- Ubicación de la armadura tesa, la cual generalmente no se encuentra en el mismo nivel que la no tesa.
- La técnica de tesado, ya sea pretensado o postesado con o sin adherencia.
- La armadura no tesa no siempre es acero convencional, sino que puede haber alambres, trenzas o cables con un nivel de tensión nulo o mínimo.

Esto hace que hasta el presente haya sido difícil encontrar una expresión de predicción de anchos de fisura en elementos pretensados que se adapte a los casos prácticos usuales, especialmente cuando se trabaja no solo con carga instantánea sino también con cargas de larga duración o repetitivas tal como se menciona en Pérez y otros (1993).

Barlek y otros (1990) presentan una recopilación de criterios para el control de anchos máximos de fisuras, los cuales se indican en la Tabla 4.I.

Tabla 4.I: Criterios para el control de anchos máximos de fisuras.

Fuente	Criterio de Control de Fisuras	
<b>Limitan la tensión nominal máxima en el hormigón (MPa)</b>		
<b>Abeles (1967)</b>	$\sigma_{bn} = 800 + 500 \cdot (\rho - 0.3) \dots\dots\dots W = 0.10\text{mm}$ $\sigma_{bn} = 900 + 1200 \cdot (\rho - 0.3) \dots\dots\dots W = 0.20\text{mm}$ $\sigma_{bn} = 1100 + 1300 \cdot (\rho - 0.3) \dots\dots\dots W = 0.30\text{mm}$ donde: W: ancho de fisura límite tomada en base a ensayos sobre vigas rectangulares. $\rho = 100 \cdot (\rho_s - \rho_p)$ $\rho_s$ : cuantía de la armadura no tesa. $\rho_p$ : cuantía de la armadura tesa.	
<b>ACI 318/83</b>	$1.00 \cdot \sqrt{\sigma'_c}$ con $\sigma'_c$ : resistencia a compresión	
<b>Limitan la tensión en el acero</b>		
<b>CIRSOC 204 (1986)</b>	$0.85 \cdot \beta_p$ o $0.70 \cdot \beta_{pu}$	$\phi_s \leq r \cdot \frac{\mu_z}{\sigma_s^2} \cdot 10^4$ $\mu_s$ : cuantía de acero no teso en % referida a la zona traccionada = $100 \cdot A_s / A_{bt}$ . $\phi_s$ : $\phi_{m\acute{a}x}$ : de las barras longitudinales [mm] $\sigma_s$ : tensión en el acero [ $\text{MN/m}^2$ ] $\leq \beta_s$ r : coeficiente que caracteriza la adherencia y el tipo de ambiente.
<b>Reglamento Suizo SI A – 162</b>	90.3 MPa 279.9 MPa	s = 30.5 cm s = 5.1 cm s: separación entre barras. Aplicable a condiciones normales en vigas de altura menor a 102 cm.
<b>Reglamento Inglés CP – 110</b>	----- -----	W = 0.10mm W = 0.20mm W: ancho máximo de fisura que depende del tipo de pretensado y de la tensión de tracción en el hormigón.
<b>Inomata (1982)</b>	103.4 MPa 172.4 MPa	W = 0.10mm W = 0.20mm W: ancho máximo de fisura tomado de un promedio de condiciones y elementos.

Cuando es de interés estimar un ancho medio o máximo de fisura puede recurrirse a fórmulas derivadas para tal fin. Aunque en la actualidad se dispone de varias expresiones obtenidas específicamente para elementos con pretensado total o parcial, pueden usarse en primera aproximación expresiones obtenidas para hormigón armado tal como la propuesta por Gergely-Lutz.

Se presentan a continuación propuestas existentes para la predicción de anchos de fisuras en elementos de hormigón pretensado, las cuales han sido efectuadas en base a:

- 4.1. - Método de las Tensiones Ficticias de Tracción.
- 4.2. - Tensiones o Deformaciones del Acero.
- 4.3. - Modelos de Integración de Deformaciones.

## **4.2. PREDICCIÓN DE ANCHOS DE FISURAS EN BASE AL MÉTODO DE LAS TENSIONES FICTICIAS DE TRACCIÓN.**

El Método de las Tensiones Ficticias de Tracción, para estimar anchos de fisura, es una aproximación de simple aplicación pero con muchas limitaciones; ya que los cálculos están basados en las propiedades de la sección no fisurada, aún cuando la sección está realmente fisurada.

La principal falla de este método radica en que para calcular las tensiones y anchos de fisura no tiene en cuenta que al producirse la fisuración de una sección pretensada, cambia la posición del centro de gravedad (de la parte comprimida) aumentando la excentricidad de la fuerza de pretensado, aumentando también la distancia desde el baricentro de la sección fisurada hasta la fibra extrema traccionada.

En este método, el control de anchos de fisuras se logra limitando la tensión del hormigón que se produciría en la fibra extrema traccionada de un elemento de resistencia suficiente para que no se produzca su fisuración. La tensión ficticia en el hormigón se obtiene de:

$$f_t' = \frac{P_e}{A_{tr}} + \frac{(P_e \cdot e)}{I_{tr}} \cdot y_b - \frac{M_s}{I_{tr}} \cdot y_b \quad (4.1)$$

donde:

$f_t'$  : Tensión ficticia en la fibra extrema traccionada de hormigón.

$P_e$  : Fuerza efectiva de pretensado.

$e$  : Excentricidad de la fuerza de pretensado.

$A_{tr}$  : Area de la sección transformada no fisurada.

$I_{tr}$  : Momento de inercia de la sección transformada no fisurada.

$y_b$  : Distancia desde el centroide de la sección no fisurada hasta la fibra extrema traccionada.

Krishna Mohan Rao et al (1992) presentan en una tabla (Tabla 4.II) algunas de las fórmulas propuestas por diferentes autores.

Tabla 4.II : Ecuaciones para estimar anchos máximos de fisuras basadas en el Método de las Tensiones Ficticias de Tracción.

Fuente	Ecuaciones en el Sistema Internacional
<b>Beeby – Taylor (1970)</b>	$W = 1.75 \cdot f_{ct} \cdot (h - c) / E_s$
<b>Bennett – Chandrasekhar (1971)</b>	$W = k \cdot d_c \cdot f_{ct}$ $k = 435 \cdot 10^{-6}$ ..... para barras de refuerzo $k = 725 \cdot 10^{-6}$ ..... para trenzas $k = 1160 \cdot 10^{-6}$ ..... para alambres
<b>Meier – Gergely (1981)</b>	$W_{m\acute{a}x} = C_1 \cdot \varepsilon_{ct} \cdot d_c$ $W_{m\acute{a}x} = 220 \cdot C_2 \cdot \varepsilon_{bt} \cdot d_c \cdot \sqrt{Ab}$ $C_1, C_2$ : coeficientes de adherencia. $C_1 = 12$ ; $C_2 = 0.84$ ..... para barras $C_1 = 16$ ; $C_2 = 12$ ..... para trenzas $d_c$ : recubrimiento del hormigón al centro de la capa inferior de armadura. $\varepsilon_{bt}$ : deformación nominal de tracción del hormigón.
<b>Krishna Raju – Basava Rajaiah – Ahmed Kutty (1973)</b>	$W = \frac{R}{P_e} \cdot d_c \cdot f_{ct}$
<b>Scholoz (1991)</b>	$W = 0.0125 \cdot \frac{A_t \cdot f_{cs} \cdot h_2}{\Sigma A_s \cdot h_1}$ $h_1 = h - c_r$ $h_2 = d - c_r$ $c_r$ : profundidad del eje neutro en la sección fisurada. $d$ : altura total de la viga. $h$ : distancia desde la fibra comprimida hasta el centro de gravedad de la armadura traccionada.

Krishna Mohan Rao-Dilger (1992) presentan un ejemplo simple para poner en evidencia que este método puede conducir a un control de anchos de fisuras poco seguro. Para lo cual

analizan tres vigas simplemente apoyadas, de igual luz pero de diferente sección transversal. Una tiene sección T, otra doble T asimétrica con el ala inferior de menores dimensiones que la superior, y la última de sección doble T simétrica. Todas ellas con igual armadura tesa y no tesa. Al aplicar una carga y calcular las tensiones ficticias de tracción se obtiene la mayor tensión para la primera sección (lo cual implicaría mayor ancho de fisuras). Sin embargo el cálculo de los anchos de fisura con un método más exacto da como resultado que la sección T conduce al menor ancho y esto se debe a que tiene la menor área efectiva traccionada del hormigón (área de hormigón traccionado por barra). Lo opuesto ocurre en la sección doble T simétrica, es decir la tensión ficticia es menor pero el ancho de fisura es mayor. Es decir que para secciones con grandes áreas de alas traccionadas (secciones tipo cajón o I) este método puede conducir a procedimientos de control de anchos de fisura inseguros.

Este método de las tensiones ficticias de tracción ha sido prácticamente abandonado y reemplazado por ecuaciones de predicción de anchos de fisuras más racionales basadas en las tensiones del acero.

### 4.3. PREDICCIÓN DE ANCHOS DE FISURAS EN BASE A TENSIONES O DEFORMACIONES DEL ACERO.

Se ha comentado previamente respecto de la importancia de la presencia del acero teso, lo cual se traduce en un incremento del número de variables que influyen en la evaluación del ancho de fisura.

En la Tabla 4.III se presenta un resumen de algunos de los diferentes métodos existentes.

Tabla 4.III: Ecuaciones para estimar anchos de fisuras basadas en Tensiones y Deformaciones del Acero.

Fuente	Ecuación en el sistema internacional
<p><b>Gergely – Lutz (1968)</b> <b>ACI Code 1971 / 77 / 83</b> <b>ACI Committee 224 (1980)</b> <b>Para Hormigón Armado</b></p>	$W_{\text{máx}} = 7.6 \cdot 10^{-5} \cdot 0,1451 \cdot \beta \cdot f_s \cdot \sqrt{d_c \cdot A_{ct}}$ <p><math>f_s</math> : tensión en el acero no teso.  <math>d_c</math> : recubrimiento del hormigón al centro de la capa inferior de armadura.  <math>A_{ct}</math> : área de hormigón traccionado por barra.  <math>\beta</math> : relación de distancias entre la fibra extrema traccionada y el centroide de la armadura hasta el eje neutro.</p>

<p align="center"><b>CEB – FIP (1970)</b> <b>Hormigón Parcialmente Pretensado</b></p>	<p><math>W_{\text{máx}} = (f_s - 40) \cdot 10^{-3}</math> ..... para carga estática. <math>W_{\text{máx}} = f_s \cdot 10^{-3}</math> ..... para carga dinámica.</p>
<p align="center"><b>Nawy – Potyonndy (1971)</b> <b>Hormigón Pretensado</b></p>	<p><math>W_{\text{máx}} = 5,31 \cdot 10^{-4} \cdot (f_s - 57.2)</math></p>
<p align="center"><b>Martino – Nilson (1979)</b> <b>Hormigón Pretensado</b></p>	<p><math>W_{\text{máx}} = 2 \cdot 10^{-5} \cdot d'_c \cdot f_s + 0.08</math> <math>d'_c</math>: recubrimiento de hormigón de la barra más cercana al borde traccionado.</p>
<p align="center"><b>Bennett – Veerasubramanian (1972)</b> <b>Hormigón Pretensado</b></p>	<p><math>W_{\text{máx}} = \beta_s + \beta_z \cdot \varepsilon_s \cdot d'_c</math> <math>\beta_s</math>: constante que representa el ancho residual de fisura. <math>\beta_z</math>: constante que depende de las características del acero no tesado <math>\varepsilon_s</math>: incremento de deformación en el acero no tesado, desde el estado de decompresión del hormigón de la fibra inferior. <math>d'_c</math>: recubrimiento de hormigón de la barra más cercana al borde traccionado. Para barras conformadas se sugiere: <math>\beta_s = 0.02\text{mm}</math>      <math>\beta_z = 6.5</math></p>
<p align="center"><b>Nawy – Huang (1977)</b> <b>Nawy – Chiang (1980)</b> <b>Hormigón Pretensado</b></p>	<p><math>W_{\text{máx}} = 0,1451 \cdot \alpha \cdot 10^{-5} \cdot \beta \cdot \frac{A_{bt}}{\Sigma O} \cdot \Delta f_{ps}</math> <math>A_{bt}</math>: área de la zona traccionada de hormigón. <math>\Sigma O</math>: suma de los perímetros de las barras con adherencia. <math>\Delta f_{ps}</math>: cambio neto de tensión en el acero tesado, luego de la decompresión. <math>\alpha</math>: 5.85 ..... para pretensado <math>\alpha</math>: 6.51 ..... para postesado <math>\beta</math>: el mismo que para Gergely – Lutz.</p>
<p align="center"><b>Bennett – Chandrasekhar (1971)</b> <b>Hormigón Pretensado</b></p>	<p><math>W = k_1 \cdot (\varepsilon_{ps} + k_2 \cdot \Delta \varepsilon_{ps}) \cdot d_c</math> <math>k_1 = 3.8</math> ..... para barras y trenzas       <math>= 5.0</math> ..... para alambres <math>k_2 = 20</math> ..... para barras y trenzas       <math>= 30</math> ..... para alambres</p>

La diversidad de expresiones, además de justificarse en el número de parámetros que involucran, también tienen origen en la dispersión de los datos experimentales dados por distintos autores. Un ejemplo de situación de este tipo se aprecia en el trabajo experimental que Dean et al (1981) realizaron sobre cuatro secciones parcialmente pretensadas con zona de

tracción constante, y según el cual la expresión de Gergely-Lutz, también obtenida experimentalmente arroja resultados conservativos. Contrariamente a este resultado, Harajli (1985) encuentra que la expresión de Gergely-Lutz es un límite inferior para un conjunto de doce vigas parcialmente pretensadas. Del conjunto de expresiones dadas para estimar el ancho máximo de fisura, la de Nawy-Huang es una de las más usadas tanto por su confiabilidad como por la simplicidad de su aplicación. Barlek y otros (1990).

Otras ecuaciones de predicción de anchos de fisuras por Tensiones y deformaciones del acero, se indican a continuación:

Suri-Dilger (1986).

Partiendo de resultados de ensayos de vigas, realizaron un análisis estadístico proponiendo una ecuación de fácil aplicación para el cálculo del ancho máximo de fisura ( $w'_{max}$ ). Consideran que el mismo depende de factores tales como: tensión en el acero después de la decompresión, tipo de refuerzo, recubrimiento, área del hormigón en tracción, distribución del acero en la zona de tracción (ej. número y diámetro de tendones de pretensado y barras no pretensadas, resistencia del hormigón, método de pretensado, refuerzo transversal, historia de carga, etc..

La expresión que los mencionados autores proponen, y que se indica a continuación, considera además las características de adherencia del acero tesado mediante coeficientes de adherencia para las combinaciones más frecuentes de aceros tesados y no tesados, constituyendo una innovación respecto de propuestas anteriores.

$$w'_{max} = k \cdot \sigma_s \cdot c_r \cdot \sqrt{\frac{A_t}{\Sigma A_s}} \quad (4.2)$$

donde:

$k = 2.55 \cdot 10^{-6}$  ..... para combinación de trenzas (o cables) y acero convencional (barras).

$k = 2.65 \cdot 10^{-6}$  ..... para trenzas (o cables) solamente.

$k = 3.51 \cdot 10^{-6}$  ..... para combinación de alambres tesados y acero convencional (barras).

$k = 4.50 \cdot 10^{-6}$  ..... para alambres tesados solamente.

$k = 4.50 \cdot 10^{-6}$  ..... para combinación de cables sin adherencia y acero convencional.

$\sigma_s$  : tensión en el acero después de la decompresión (MPa).

$A_t$  : área de hormigón por debajo del eje neutro de una sección pretensada fisurada.

$\Sigma A_S$  : área total de acero traccionado con adherencia.

$c_r$  : recubrimiento desde la cara traccionada hasta el centro de la capa de armadura más cercana.

Esta ecuación fue deducida en base a resultados experimentales y se destaca de otras por tener en cuenta características de adherencia del acero tesos mediante coeficientes de adherencia para las combinaciones más frecuentes de aceros tesos y no tesos. Pero sólo tiene validez para el cálculo de anchos de fisura instantáneos (para carga instantánea).

#### CEB (1990).

Propone para el cálculo del ancho de fisura ( $w'_{k,cal}$ ), en la superficie del hormigón, tomar un valor fractil superior.

$$w'_{k,cal} = k_4 \cdot 2 \cdot I_{Em} \cdot \varepsilon_{Sm} \quad (4.3)$$

donde:

$k_4$  : factor de dispersión.

El factor de dispersión fue tomado en un comienzo igual a 2,1 teniendo en cuenta un fractil correspondiente al 95% de los valores medidos en el ensayo de una probeta; dado que este valor sería difícilmente superable en estructuras reales, se lo redujo a 1,7 permaneciendo aún del lado de la seguridad.

$2 \cdot I_{Em}$  : separación media entre fisuras para un cuadro de fisuración completo.

$\varepsilon_{Sm}$  : deformación media del acero en  $2 \cdot I_{Em}$ .

Estos valores pueden calcularse a través de las siguientes expresiones:

$$2 \cdot I_{Em} = a_m = k_1 \cdot c_1 + 0.25 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot d_S / \mu_{ZW} \quad (4.4)$$

$$\varepsilon_{Sm} = \frac{\sigma_S}{E_S} \cdot \left[ 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left( \frac{\sigma_{Sr}}{\sigma_S} \right)^2 \right] \quad (4.5)$$

$$\left[ \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right] \leq 0.6 \quad (4.6)$$

donde:

$k_1 \cdot c_1$  : constante que depende del recubrimiento, se estima igual 50mm para casos normales.

$k_2 : \beta_{bZm} / \tau_m$  : factor que tiene en cuenta la adherencia. Siendo sus valores:

0.8 ..... para acero nervurado.

1.2 ..... para acero perfilado.

1.6 ..... para acero liso.

$\beta_{bZm}$  : resistencia media a la tracción del hormigón.

$\tau_m$  : tensión de adherencia media entre fisuras.

$k_3$  : factor que considera la distribución de tensión en la zona traccionada. Siendo sus valores:

0.5 ..... para flexión.

1.0 ..... para tracción pura.

$\mu_{ZW} = \Sigma A_s / b \cdot h_w$  : cuantía de armadura que influye en la fisuración.

$b$  : ancho de la zona traccionada.

$h_w$  : altura de la zona de influencia de la armadura.

$h_w = k_5 \cdot (d - h) \leq [(d - x) / 3]$  para flexión.

$\leq [d / 2]$  para tracción pura.

$k_5$  : factor de descripción de la zona de fluencia igual a 2.5.

Krishna Mohan Rao and Dilger (1992).

Han recopilado resultados de ensayos de vigas, y en base a los mismos confirman, con alguna pequeña variante en el valor del coeficiente  $K_1$ , la validez de la expresión presentada por Suri-Dilger (1986) para estimar el ancho máximo de fisura de elementos pretensados fisurados:

$$W_{max} = K_1 \cdot f_s \cdot d_c \cdot \sqrt{\frac{A_t}{A_s}} \quad [\text{mm}] \quad (4.7)$$

3.10<sup>-6</sup> ..... para combinación de barras deformadas y trenzas, y para trenzas solamente.

- $K_1$   $4 \cdot 10^{-6}$  ..... para combinación de barras deformadas y alambres.  
 $5 \cdot 10^{-6}$  ..... para alambres solamente o para elementos con tendones sin adherencia y barras de refuerzo.

También proponen un procedimiento detallado de control de fisuras para elementos de hormigón pretensado fisurado. El método comprende: el cálculo de las tensiones de acero basado en el análisis de la sección fisurada racional, estimando el ancho de fisura (tomando en consideración las características de adherencia de ambos aceros: pretensado y refuerzo no pretensado), y limitando el ancho de fisura máximo admisible a valores especificados con la finalidad de proteger los tendones de los efectos de corrosión.

Proponen como límites máximos admisibles para los anchos de fisura los siguientes valores:

- 0.3mm ..... para exposición interior.
- 0.2mm ..... para exposición exterior.

#### **4.4. PREDICCIÓN DE ANCHOS DE FISURAS EN BASE A MODELOS DE INTEGRACIÓN DE DEFORMACIONES.**

Los métodos que se exponen a continuación están basados en la integración de las deformaciones del hormigón y del acero, entre dos fisuras sucesivas, para obtener los deslizamientos acumulados entre los citados materiales y con ellos los anchos de fisuras.

Es de destacar que para poder realizar la integración de las deformaciones se hace imprescindible el conocimiento de la ley de adherencia-deslizamiento entre hormigón y acero.

Para ello se parte de algunas consideraciones tales como:

- Se considera la zona encerrada entre dos fisuras de un elemento de hormigón armado o pretensado traccionado axialmente.
- Se desprecia la curvatura de la viga.
- Se considera una distribución constante de las tensiones de tracción que tienen su resultante en coincidencia con el centro de gravedad de las armaduras.
- Se supone que tanto el hormigón como el acero tienen un comportamiento elástico lineal (válido bajo cargas de servicio).

Como la sección se encuentra fisurada, es evidente que las deformaciones en hormigón y acero son diferentes. El deslizamiento de una sección, se obtiene integrando las diferencias de deformaciones entre el acero y el hormigón a lo largo del segmento de eje medido desde el origen de dicha sección.

También es necesario conocer la forma en que varía la tensión de adherencia con el deslizamiento (relación adherencia - deslizamiento).

#### Modelo de Harajli-Naaman (1989).

El modelo que presentan Harajli y Naaman es un modelo tiempo y ciclo-dependiente, por lo que se aplica tanto para los casos en que la carga es estática, como cuando es cíclica.

El modelo fue desarrollado tomando como base un estudio experimental. Se aplica para la predicción de anchos máximos de fisuras en vigas de hormigón pretensado con diferentes combinaciones de armaduras tesas y no tesas.

- **El modelo analítico tiene en cuenta los siguientes fenómenos:**

- Fluencia lenta cíclica del hormigón en compresión.
- Redistribución de tensiones de adherencia entre la armadura y el hormigón circundante.
- Retracción y fluencia lenta del hormigón, en la zona traccionada, entre dos fisuras sucesivas.

- **El modelo analítico está basado en:**

- Ecuaciones de equilibrio entre tensiones del acero, tensiones de adherencia y tensiones de tracción del hormigón, que son aplicables dentro del prisma de hormigón traccionado encerrado por dos fisuras sucesivas (figura 4.1).
- Una relación tensión de adherencia-deslizamiento entre la armadura y el hormigón circundante.

- **Hipótesis de cálculo del modelo:**

- a - El segmento de viga considerado está sometido a momento flector constante.
- b - El comportamiento tensión-deformación del hormigón traccionado es de tipo elástico frágil, tal como se ve en la figura 4.2.
- c - La rama ascendente de la relación adherencia-deslizamiento entre la armadura y el hormigón circundante es lineal hasta que se alcanza un cierto valor máximo (figura 4.3).

d - La distribución de tensiones de adherencia varía linealmente desde cero en coincidencia con la fisura hasta el valor máximo  $\tau_{\max}$  que se alcanza a una distancia  $L_T$  medida desde el centro de la región encerrada entre dos fisuras (figura 4.3). Esta distribución ocurrirá solo si la tensión del acero es suficientemente elevada para desarrollar -entre dos fisuras- una tensión de adherencia igual a  $\tau_{\max}$ . La hipótesis de linealidad de las tensiones de adherencia en la región plástica se justifica por el hecho de que hasta el presente aún no se evaluó, con suficiente precisión la rama descendente de adherencia-deslizamiento.

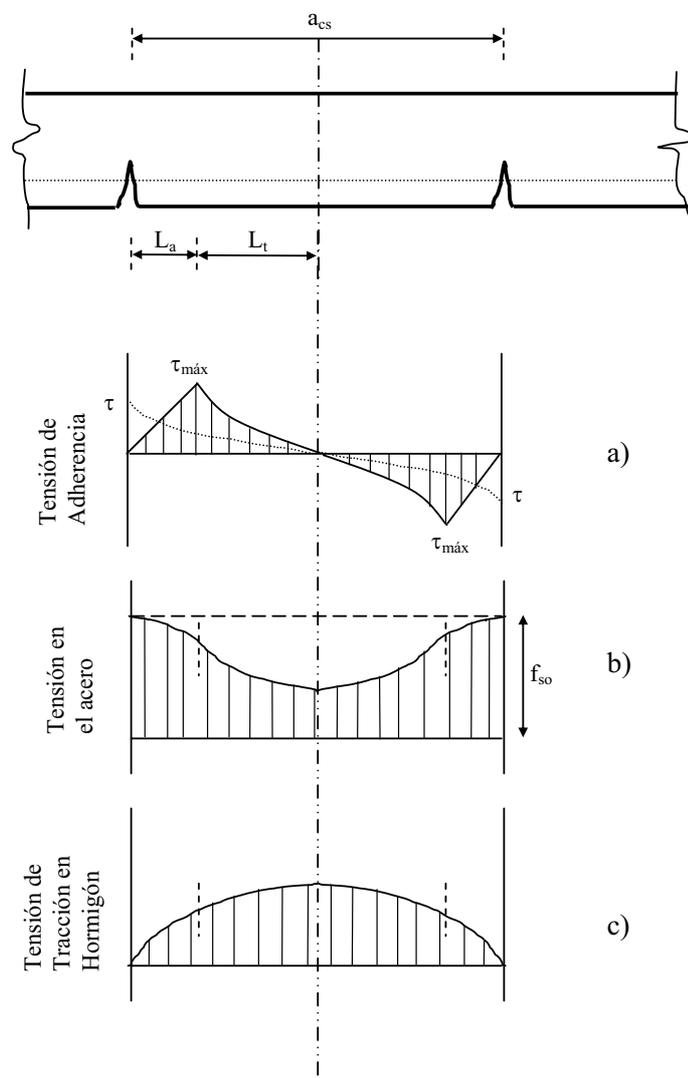


Figura 4.1: Tensiones de Adherencia, de acero, y de hormigón entre fisuras.

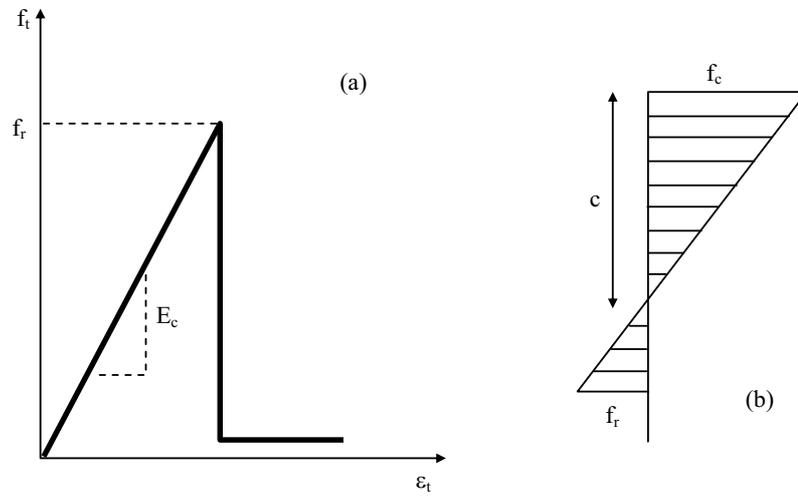


Figura 4.2: (a) Relación Tensión - Deformation del hormigón traccionado.  
(b) Típica distribución de tensiones en el hormigón en vigas de sección fisurada.

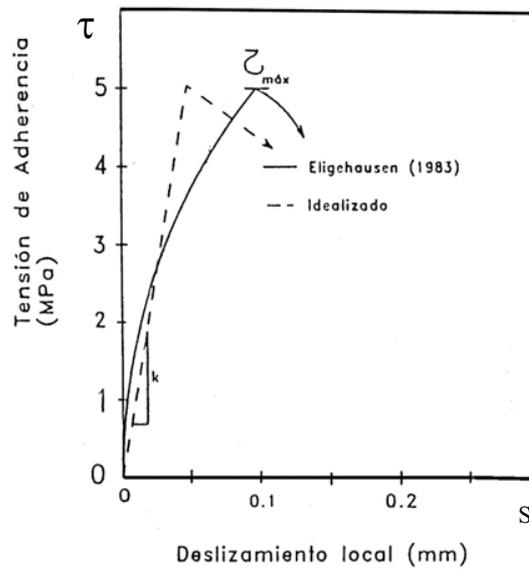


Figura 4.3: Tensión de Adherencia – Deslizamiento.  
- - - Idealizada, según Harajli - Naaman

Analíticamente:

$$\tau_x = k \cdot S_x \leq \tau_{max} \tag{4.8}$$

donde:

$\tau_x$  : tensión (local) de adherencia a una distancia "x".

k : rigidez de la relación adherencia-deslizamiento.

$S_x$  : Deslizamiento a una distancia "x".

$\tau_{max}$  : tensión de adherencia máxima.

e - La ubicación de la tensión máxima de adherencia permanece invariable (a una distancia  $L_T$ )

durante la redistribución de tensiones de adherencia bajo la acción de la carga repetitiva.

f - Debido a la gran rugosidad que posee la superficie del acero no teso respecto al acero teso se

supone que el deslizamiento de la armadura será menor en el primero que en el último y como consecuencia de esto, en vigas que contienen ambos aceros la fisuración está controlada por el

deslizamiento del acero no teso.

- **Cálculo:**

Se consideran datos del problema las propiedades geométricas, los momentos máximo y mínimo aplicados, la fuerza efectiva de pretensado, el número de ciclos, la frecuencia de carga, los módulos elásticos de hormigón y aceros, y la retracción última del hormigón simple libre de sollicitaciones.

Las ecuaciones se deducen teniendo en cuenta las ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y la relación tensión de adherencia-deslizamiento adoptada.

- **Secuencia de cálculo para la sección crítica:**

1ro.) Para el primer ciclo de carga, se efectúa el cálculo de:

- a) La **profundidad del eje neutro "c"**, la tensión del hormigón en la fibra superior " $f_c$ ", y la tensión en el acero no teso " $f_s$ ", tanto para carga mínima como para carga máxima, usando análisis lineal elástico de sección fisurada.
- b) La **separación entre fisuras " $a_{cs}$ "** se evalúa empleando la expresión de Nawy-Huang (1977). Ver Tabla 4. IV.

$$a_{CS} = 1.2 \cdot \frac{A_t}{\Sigma O} \quad (4.9)$$

c) El **deslizamiento de la armadura "S<sub>0</sub>"** para el primer ciclo de carga, por medio de:

$$S_0 = \int_0^{a_{CS}/2} \mathcal{E}(x)_{acero} - \mathcal{E}(x)_{hormigón} \quad (4.10)$$

$$S_0 = K_2 \cdot \text{sh}(K_1 \cdot L_T) + f_{S_0} \cdot L_A / E_{S_0} - 1/6 \tau_{\max} \cdot \psi \cdot m \cdot L_A^2 \quad (4.11)$$

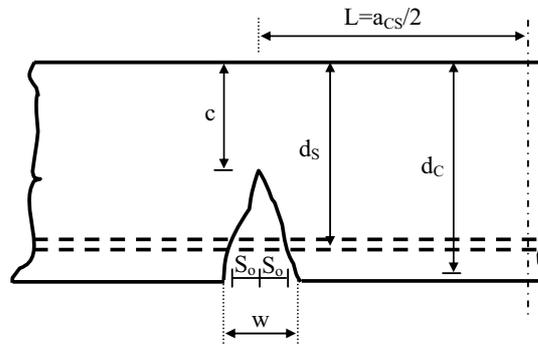


Figura 4.4: gráfico que ilustra las características geométricas, para el cálculo del eslabón de fisura

donde:

$$K_2 = \frac{\left( \frac{f_{St}}{E_{S_0}} - \frac{f_{ct}}{E_c} \right)}{K_1 \cdot ch(K_1 \cdot L_T)} \quad (4.12)$$

$$K_1 = \sqrt{k \cdot \psi \cdot m} \quad (4.13)$$

$$L_A = a_{CS} / 2 - L_T \quad (4.14)$$

$$m = \frac{1}{A_{S_0} \cdot E_{S_0}} + \frac{1}{A_C \cdot E_C} \quad (4.15)$$

$$f_{St} = f_{So} - 0.5 \tau_{max} \cdot \psi \cdot L_A / A_{So} \quad (4.16)$$

$$f_{ct} = 0.5 \tau_{max} \cdot \psi \cdot L_A / A_C \quad (4.17)$$

$$A_{ct} = A_t / n_b \quad (4.18)$$

Las distancias  $L_T$  y  $L_a$  se indican esquemáticamente en la figura 4.1.

$L_T$  se calcula en forma iterativa con la siguiente expresión:

$$\frac{k}{K_1} \cdot \frac{1}{\tau_{max}} \cdot \left[ \frac{f_{So}}{E_s} - \frac{1}{2} \cdot \tau_{max} \cdot \psi \cdot m \cdot \left( \frac{acs}{2} - L_T \right) \right] \cdot th(K_1 \cdot L_T) = 1 \quad (4.19)$$

Si en el cálculo de las distancias  $L_T$  y  $L_A$  ecs. (4.19) y (4.14), resulta  $L_T = L$ , el lado izquierdo de la ecuación (4.18) es menor que 1.0, lo cual significa que  $\tau_{max}$  no se desarrolla y la distribución de tensiones, en la unión acero – hormigón, es elástica en todo el interior del prisma de tracción entre dos fisuras. En ese caso particular, el deslizamiento  $S$  es calculado teniendo en cuenta que en la ec. (4.19) se debe sustituir  $L_T = L$  y que además resulta  $L_A = 0$ .

$k$ : pendiente del diagrama tensión de adherencia-deslizamiento idealizado según la propuesta de Eligehausen (1983). Para barras de acero conformado y hormigón no confinado vale:

$$k = 5708.1762 \cdot f_{ck} \quad [\text{MPa/m}] \quad (4.20)$$

$K_1, K_2$ : coeficientes característicos de la ley adherencia - deslizamiento.

$\tau_{max}$ : tensión de adherencia máxima.

Para barras de acero conformado y hormigón no confinado se calcula con:

$$\tau_{max} = 0.72 \cdot \sqrt{\frac{6.895 \cdot f_{ck}}{4.35}} \quad [\text{MPa}] \quad (4.21)$$

$f_{St}$ : tensión en el acero en coincidencia con la ubicación de  $\tau_{max}$ .

$f_{ct}$  : tensión de tracción en el hormigón en coincidencia con la ubicación de  $\tau_{max}$  .

$f_{S_0}$  : tensión en el acero no teso o incremento de tensión en el acero teso en la sección fisurada.

$A_{S_0}$ ,  $\psi$  y  $E_{S_0}$  : Área, perímetro y módulo de elasticidad respectivamente de una barra de acero de refuerzo o de un cable pretensado.

$L_A$  : distancia desde la fisura hasta el punto de ubicación de  $\tau_{max}$  .

$L_T$  : distancia desde la sección central entre dos fisuras hasta el punto de ubicación de  $\tau_{max}$  .

$A_t$  : área efectiva del prisma de tracción del hormigón circundante al refuerzo principal.

$n_b$  : número equivalente de barras. Área total de armadura dividida el área de la barra de mayor diámetro.

d) El **ancho máximo inicial de fisura** " $w_{max}$ " se calcula por medio de:

$$w_{max} = 2 \cdot S_0 \cdot \beta_w \quad (4.22)$$

con:

$$\beta_w = \frac{d_c - c}{d_s - c} \quad (4.23)$$

donde:

$\beta_w$  : relación de distancias que permite vincular el ancho de fisura con la fibra en la cual se desea evaluarlo. A la ecuación que calcula el ancho de fisura en la superficie del hormigón, se la multiplica por  $\beta_w$  para llevarlo de esa forma al nivel de la capa inferior de armaduras.

$d_c$  : altura total de la viga menos el recubrimiento de la armadura.

$c$  : profundidad del eje neutro (en la sección fisurada).

$d_s$  : distancia desde la fibra extrema comprimida, hasta el centro de gravedad de la armadura no tesa.

2do.) Después de la aplicación de N ciclos de carga, se efectúa la determinación de:

a) El **módulo de Elasticidad "Aparente" del Hormigón en Tracción** " $E_{CT,N}$ " mediante:

$$E_{CT,N} = f_{ct,max} / \epsilon_{ct,N} \quad (4.24)$$

donde:

$$f_{ctmax} = \tau_{max} \cdot \psi \cdot \frac{L_A}{2 \cdot A_C} + \psi \cdot \frac{K_3}{A_C \cdot K_1} \cdot [ch(K_1 \cdot L_T) - 1] \quad (4.25)$$

$$K_3 = k \cdot K_2 \quad (4.26)$$

$$\varepsilon_{ct,N} = \varepsilon_{ci} + (129 \cdot \sigma_{tm} \cdot t^{1/3} + 17.8 \cdot \sigma_{tm} \cdot \Delta\sigma_{ct} \cdot N^{1/3}) \cdot 10^{-6} \quad (4.27)$$

El término entre paréntesis, de la ec. (4.27) está formado por dos términos, de los cuales el primero toma en cuenta la fluencia lenta del hormigón debida al tiempo 't', mientras que el segundo tiene en cuenta la fluencia lenta debida al número de ciclos de carga 'N'.

$$\varepsilon_{ci} = f_{ctmax} / E_{Ct} \quad (4.28)$$

$$\sigma_{tm} = \frac{f_{ctmax} + f_{ctmin}}{2 \cdot f_r} \quad (4.29)$$

$$\Delta\sigma_{ct} = \frac{f_{ctmax} - f_{ctmin}}{f_r} \quad (4.30)$$

$f_{ctmax}$  : tensión de tracción en el hormigón para el primer ciclo de carga en la sección central entre dos fisuras cuando actúa la carga máxima.

$f_{ctmin}$  : tensión de tracción en el hormigón para el primer ciclo de carga en la sección central entre dos fisuras cuando actúa la carga mínima, se calcula de manera similar a  $f_{ctmax}$ .

$\varepsilon_{ct,N}$  : deformación total de tracción (incluye la deformación diferida cíclica) en el centro de la región fisurada, para el 1er. ciclo de carga. Se calcula con el modelo de Balaguru (1981).

$E_{ct}$  : módulo de elasticidad inicial del hormigón en tracción, supuesto igual que en compresión.

$f_r$  : tensión de rotura a tracción del hormigón.

t : tiempo indicado en horas.

- b) El **factor de retracción " $\gamma_N$ "**, para el tiempo " $t$ " transcurrido desde el primer ciclo de aplicación de carga. Para ello emplea el método de incrementos de tiempos dado por Naaman (1982).
- c) El **módulo de elasticidad "Aparente" del hormigón en compresión " $E_{bN}$ "**, luego de aplicados  $N$  ciclos de carga, por medio de las siguientes ecuaciones:

$$E_{CN} = f_{cmax} / \varepsilon_{cN} \quad (4.31)$$

donde:

$f_{cmax}$  : máxima tensión de compresión del hormigón en la fibra superior para el primer ciclo de carga.

$\varepsilon_{cN}$  : deformación total del hormigón, en compresión, en la fibra superior (incluye la deformación por fluencia cíclica). Se calcula mediante una expresión sugerida por Holmen (1982), ecs. (4.32) y (4.33) en ‰. Ver apartado 3.4.2.

- Para  $0 \leq N / N_f \leq 0.1$ :

$$\varepsilon_{cN} = \frac{\varepsilon_{ci}}{\sigma_{max}} \cdot \left[ \sigma_{max} + 3.18 \cdot (1.183 - \sigma_{max}) \cdot \left( \frac{N}{N_f} \right)^{0.5} \right] + 0.413 \cdot S_c^{1.184} \cdot Ln(t+1) \quad (4.32)$$

- Para  $0.1 \leq N / N_f \leq 0.8$ :

$$\varepsilon_{cN} = \frac{1.11 \cdot \varepsilon_{ci}}{\sigma_{max}} \cdot \left[ 1 + 0.677 \cdot \left( \frac{N}{N_f} \right) \right] + 0.413 \cdot S_c^{1.184} \cdot Ln(t+1) \quad (4.33)$$

donde:

$$S_c = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} + \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2 \cdot \sqrt{2}} \quad (4.34)$$

$$N_f = 10 \left( \frac{1 - \sigma_{max}}{\beta_o \cdot (1 - R)} \right) \quad (4.35)$$

$$R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} \quad (4.36)$$

$$\sigma_{\max} = f_{c\max} / f_c' \quad (4.37)$$

$$\sigma_{\min} = f_{c\min} / f_c' \quad (4.38)$$

donde:

N : número de ciclos de carga.

N<sub>f</sub> : número de ciclos de falla, en base a la expresión del Rilem Committee (1984).

β<sub>0</sub> : constante del material (varía entre 0.064 y 0.080).

f<sub>cmin</sub> : tensión mínima de compresión del hormigón en la fibra superior para el primer ciclo de carga.

f<sub>c</sub>' : resistencia característica del hormigón, en compresión.

ε<sub>ci</sub> : máxima deformación inicial del hormigón, por compresión, en la fibra superior.

d) El **deslizamiento de la armadura "S<sub>0,N</sub>" para el ciclo N** se calcula mediante:

$$S_{0,N} = K_{2,N} \cdot \text{sh}(K_{1,N} \cdot L_T) + f_{S0} \cdot (L_A/E_S) - (1/6) \cdot \tau_{T,N} \cdot \psi \cdot m_N \cdot L_A^2 + \gamma_N \cdot \epsilon_{SU} \cdot L_A \quad (4.39)$$

con:

$$K_{2,N} = \frac{\left( \frac{f_{St,N}}{E_S} - \frac{f_{ct,N}}{E_{Ct,N}} + \gamma_N \cdot \epsilon_{SU} \right)}{K_{1,N} \cdot \text{ch}(K_{1,N} \cdot L_T)} \quad (4.40)$$

K<sub>1,N</sub>, m<sub>N</sub>, f<sub>St,N</sub>, f<sub>ct,N</sub>, se calculan en forma análoga a K<sub>1</sub>, m, f<sub>St</sub>, f<sub>ct</sub> pero reemplazando E<sub>C</sub> por E<sub>CN</sub>, E<sub>Ct</sub> por E<sub>Ct,N</sub> y τ<sub>max</sub> por τ<sub>T,N</sub> que es la tensión máxima de adherencia en el ciclo N y se calcula con la expresión:

$$\tau_{T,N} = \frac{k_N \cdot \left( \frac{f_{S0}}{E_S} + \gamma_N \cdot \epsilon_{SU} \right) \cdot \text{th}(K_{1,N} \cdot L_T)}{K_{1,N} + 0.5 \cdot \psi \cdot L_A \cdot k_N \cdot m_N \cdot \text{th}(K_{1,N} \cdot L_T)} \quad (4.41)$$

donde:

$\epsilon_{SU}$  : deformación por retracción última libre del hormigón.

$k_N$  : rigidez aparente de la relación tensión de adherencia-deslizamiento, para el tiempo  $t$  y el ciclo  $N$ , la cual se calcula con:

$$k_N = k / (t^{0.107} + 0.58 \cdot N^{0.107}) \quad (4.42)$$

La ecuación (4.42) tiene su origen en resultados experimentales obtenidos y recopilados por Rehm and Eligehausen (1979), quienes observaron que el incremento en el deslizamiento, bajo la acción de carga cíclica, en el rango lineal de la relación tensión de adherencia – deslizamiento (fig. 4.3), es similar al comportamiento de la fluencia cíclica del hormigón en compresión. El incremento del deslizamiento se debe a:

- La componente tiempo-dependiente del deslizamiento.
- La componente ciclo-dependiente del deslizamiento causada por el daño en la adherencia debido a la carga cíclica.

e) El **ancho máximo de fisura para  $N$  ciclos " $W_{max,N}$ "** se obtiene de:

$$W_{max} = 2 \cdot S_{oN} \cdot \beta_{wN} + \frac{(f_{S_{o,N}} - f_{S_o}) \cdot a_{cs} \cdot \beta_{wN}}{E_S} \quad (4.43)$$

donde:

$f_{S_{o,N}}$  : tensión en el acero no teso en la fisura para el ciclo  $N$ .

$\beta_{wN}$  : se calcula en forma análoga a  $\beta_w$  (ec. 4.24) pero reemplazando "c" por " $c_N$ ".

Pérez - Cudmani - Danesi (1995).

Proponen un modelo teórico para la predicción de anchos de fisuras en vigas pretensadas bajo la aplicación de Cargas Instantáneas y repetitivas.

Aplican la expresión de predicción de anchos de fisura de Suri-Dilger ecuación (4.2). Esta ecuación sólo tiene validez para el cálculo de anchos de fisura instantáneos (para carga instantánea).

Para ampliar el rango de utilización de la misma, y contemplar también el caso de cargas repetitivas, se basan en una idea desarrollada por Harajli-Naaman (1989) (cuyo modelo se ha indicado anteriormente en este capítulo). De esa manera logran un modelo que ajusta considerablemente con resultados experimentales. Por lo tanto para carga repetitiva:

$$W_{max, N} = \beta'' \cdot k \cdot \sigma_{S, N} \cdot Cr \cdot \sqrt{\frac{A_t}{\Sigma A_s}} \quad (4.44)$$

donde:

$$\beta'' = \frac{d_c - x_N}{h_s - x_N} \quad (4.45)$$

$W_{máx,N}$ : ancho máximo de fisura, a nivel de armaduras, en el ciclo N.

$\sigma_{S,N}$ : tensión en el acero no teso (o incremento de tensión del acero teso desde la decompresión) en coincidencia con la fisura en el ciclo N.

$x_N$ : posición del eje neutro, en la sección fisurada, para el ciclo N.

$d_s$ : distancia desde la fibra extrema comprimida, hasta el centro de gravedad de la armadura no tesa.

$d_c$ : altura total de la viga menos el recubrimiento de la armadura.

Al aplicar cargas repetitivas aparece una deformación por fluencia lenta cíclica del hormigón que produce redistribución de tensiones en el hormigón e incremento de las tensiones del acero y en consecuencia del ancho de fisura. Para tener en cuenta este fenómeno se puede emplear el concepto de Módulo de Elasticidad "Aparente" del Hormigón, " $E_{bN}$ " propuesto por Harajli-Naaman (1989):

$$E_{bN} = \sigma_{bmax} / \epsilon_{bN} \quad (4.46)$$

donde:

$\sigma_{bmax}$ : máxima tensión de compresión del hormigón en la fibra superior para el primer ciclo de carga.

$\epsilon_{bN}$ : deformación total de compresión en la fibra superior (incluye la deformación diferida cíclica). Se calcula con la expresión de Holmen (1982) (ya indicada en este capítulo).

- Para  $0 \leq N / N_f \leq 0.1$  ..... Vale ecuación (4.32)
- Para  $0.1 \leq N / N_f \leq 0.8$  ..... Vale ecuación (4.33)

Resultan igualmente válidas las ecuaciones: (4.34) , (4.35) , (4.36) , (4.37) y (4.38).

Finalmente la tensión en el acero no teso o el incremento de tensión del acero teso desde la decompresión en la fisura y la posición del eje neutro en un ciclo cualquiera N, al cual le corresponde un tiempo  $t$  desde el inicio de la carga, se calculan con el Módulo de Elasticidad Aparente empleando ecuaciones de equilibrio de tensiones de sección fisurada.

#### 4.5. PROPUESTAS PARA ESTIMAR LA SEPARACION ENTRE FISURAS PRIMARIAS

En la Tabla 4.IV que se presenta a continuación, se encuentran recopiladas expresiones de diferentes autores, para establecer la separación entre fisuras primarias.

Tabla 4.IV: Propuestas para estimar la separación entre fisuras primarias.

Fuente	Expresión propuesta
<b>Balaguru (1981)</b>	$a_c = \frac{7.5 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot A_{ct}}{0.667 \cdot \sum_{i=1}^n \pi \cdot d_{bi} \cdot f_{bi}}$ [in] n : número de barras $d_{bi}$ : diámetro de la barra de refuerzo
<b>Balaguru – Shah (1982)</b>	$a_{max} = \frac{f'_c \cdot A_{ct}}{f_{bi} \cdot \Sigma O}$ [in]
<b>Gergely – Lutz (1968)</b> <b>Harajli – Alameh (1989)</b>	$a_{cs} = 7.6 \cdot 10^{-5} \cdot 0.175 \cdot E_{So} \cdot \sqrt[3]{d_c \cdot A_c}$ [m] $E_{So}$ : módulo de elasticidad del acero de refuerzo o del acero teso. $d_c$ : recubrimiento
<b>Nawy – Huang (1977)</b> <b>Nawy (1996)</b>	$a_{cs} = c \cdot \frac{A_{ct} \cdot f'_t}{\Sigma O \cdot \sqrt{f'_c}}$ [in]

donde:

$f_{bi}$  : tensión de adherencia [psi]

$\Sigma O$  : suma de los perímetros de las barras de refuerzo.

$A_{ct}$  : área efectiva del prisma de hormigón que rodea al acero de refuerzo.

$c \cdot \frac{f_t'}{\sqrt{f_c'}}$  : se obtiene experimentalmente pero cuando se trata de hormigón pretensado se puede considerar con valor 1.2

#### 4.6. CONCLUSIONES.

- La predicción de anchos de fisuras en elementos de hormigón pretensado es un problema complejo, no sólo porque intervienen numerosas variables, muchas de las cuales no son fáciles de conocer en la etapa de diseño, sino porque los fenómenos que intervienen como la retracción, fluencia lenta, relajación de aceros y degradación de la adherencia acero-hormigón se encuentran interrelacionados, resultando difícil separar la influencia de cada uno de ellos sobre el resultado final.
- Hay una tendencia a predecir los anchos de fisuras basándose en tensiones o deformaciones del acero, y a modelos de integración de deformación.
- La mayoría de los modelos de predicción de anchos de fisura están basados en resultados experimentales.
- De los modelos de predicción de anchos de fisura encontrados, el perteneciente a Harajli-Naaman parece ser uno de los más completos, ya que tiene en cuenta fenómenos tiempo y ciclo dependientes, y permite considerar distintas combinaciones de armadura tesa y no tesa. Emplea una relación lineal entre la tensión de adherencia y el deslizamiento.

## *CAPITULO 5:*

# *ANÁLISIS DE LA DEFORMACIÓN (FLECHA)*

---

### **5.1. DEFORMACIÓN (FLECHA).**

\* En el presente capítulo el término deformación está referido a flecha, salvo que expresamente se indique lo contrario.

En el caso de vigas de hormigón pretensado las condiciones límite, tales como anchos máximos de fisuras y flechas, pueden a menudo ser excedidas en sus valores admisibles de diseño ocasionando problemas de durabilidad, funcionalidad y estética que con el tiempo reducen la vida útil de tales elementos estructurales.

En la actualidad el uso de materiales de elevada resistencia y la utilización de modernos procedimientos de diseño, conducen a lograr elementos de hormigón de mayor esbeltez, lo que los hace más susceptibles a sufrir grandes deformaciones. Esta observación resulta de particular importancia en los elementos pretensados fisurados bajo carga de servicio, ya que las fisuras motivan una brusca caída de la rigidez y consecuentemente un incremento en las deformaciones.

La variabilidad de condiciones que pueden presentarse son numerosas para poder ser cubiertas por un simple conjunto de reglas fijas para calcular deformaciones. Sin embargo la

comprensión de los factores básicos que contribuyen a estas deformaciones permitirá al calculista efectuar una razonable estimación de la deformación en la mayoría de los casos que se presentan en hormigón pretensado. Se dice estimación, pues las propiedades del hormigón que afectan las deformaciones, particularmente diferidas, son variables y no se pueden determinar con precisión.

Alguna de estas propiedades que se consideran en la deformación tienen valores que varían en  $\pm 20\%$  a más. Por ello, no debe esperarse gran precisión en los cálculos de la deformación, (ACI 1998).

Idealmente se pueden representar las deformaciones mediante la relación carga-deformación como se indica en la figura 5.1. Allí se establecen tres regiones principales previas a la rotura, las que resultan ser:

- **Región I:** estado de prefisuración (el elemento estructural está libre de fisuras).
- **Región II:** estado de post-fisuración (el elemento estructural desarrolla una fisuración controlada aceptable tanto en distribución como en ancho).
- **Región III:** estado fisurado de post-serviciabilidad (las tensiones en el refuerzo de tracción alcanzan el estado límite de fluencia).

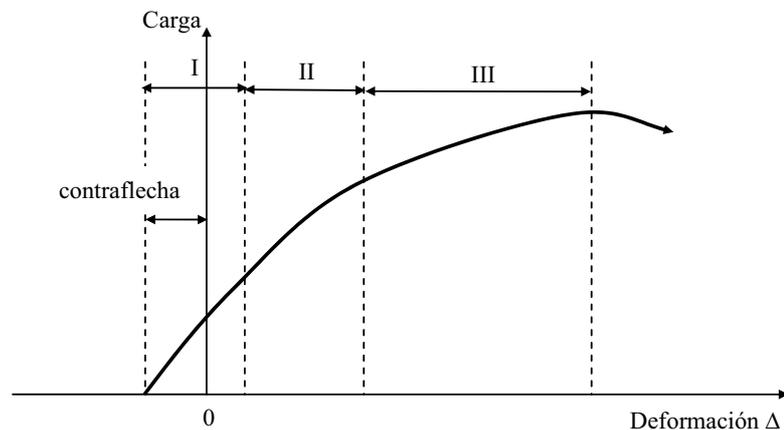


Figura 5.1: Relación Carga-Deformación en una viga de Hormigón Pretensado.

### **Contraflecha (comba)**

Los elementos estructurales (vigas) de hormigón pretensado se encuentran sujetos a una compresión excéntrica continua, la cual ocasiona una deformación denominada contraflecha.

La ecuación (5.1) permite efectuar el cálculo de la deformación (contraflecha) debida a los efectos del pretensado, basada en los principios de la elasticidad. Esta expresión está dada para una viga de hormigón pretensado, simplemente apoyada, y con excentricidad constante del acero tesado.

$$\delta_c = \left( \frac{P \cdot e}{E_c \cdot I_c} \right) \cdot \frac{l^2}{8} \quad (5.1)$$

## **5.2. DEFORMACIÓN EN VIGAS DE HORMIGÓN PRETENSADO.**

Por el tipo de fenómenos involucrados, (fluencia lenta del hormigón, retracción del hormigón, relajación del acero) que son a su vez funciones del tiempo, las deformaciones se desarrollan también en función de éste.

Se presentan a continuación algunos métodos existentes para efectuar el análisis y cálculo de la deformación en vigas.

### **5.2.1. PROPUESTA DEL AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (A.C.I.):**

ACI presenta diferentes métodos para evaluar la deformación en vigas pretensadas:

#### **a.- Método de multiplicadores del PCI simplificado.**

La determinación de la deformación en elementos estructurales de hormigón pretensado resulta más compleja que para elementos de hormigón armado, debido a:

1. El efecto diferido por variación de la fuerza de pretensado, a causa de las pérdidas de pretensado.
2. El incremento en la resistencia del hormigón después de aplicar el pretensado.

El PCI Design Handbook, provee un procedimiento para obtener deformaciones diferidas  $\delta_{lt}$ , para lo cual las deformaciones a corto plazo  $\delta_{st}$  son multiplicadas por “factores multiplicadores C”. Esto es válido para deformaciones debidas a pretensado, carga permanente y

cargas aplicadas, y además se puede emplear tanto para secciones compuestas como para las no compuestas. Estos multiplicadores varían desde 1.8 hasta 3.00 tal como se indican en la Tabla 5.I

Tabla 5.I: Multiplicadores ( $C_1$ ) del PCI para deformación y flecha diferidas.

		Sección	
		No Compuesta	Compuesta
<b>Etapa Inicial</b>	Componente de Deformación ( $\downarrow$ ) – aplicable a la deformación elástica debida al peso del elemento al aplicar el pretensado.	1.85	1.85
	Componente de Contraflecha ( $\uparrow$ ) – aplicable a la contraflecha debida al pretensado al aplicar el pretensado.	1.80	1.80
<b>Etapa Final</b>	Componente de Deformación ( $\downarrow$ ) – aplicable a la deformación elástica debida al peso del elemento al aplicar el pretensado.	2.70	2.40
	Componente de Contraflecha ( $\uparrow$ ) – aplicable a la contraflecha debida al pretensado al tiempo de aplicar el pretensado.	2.45	2.20
	Deformación ( $\downarrow$ ) – aplicable a la deformación elástica debida a la sobrecarga permanente solamente.	3.00	3.00
	Deformación ( $\downarrow$ ) – aplicable a la deformación elástica causada por la losa superior.	-----	2.30

Shaikh y Branson (1970) indicaron que una reducción sustancial en las deformaciones diferidas puede ser alcanzada por la adición de refuerzo de acero no tesado. En tal caso se debe emplear un coeficiente multiplicador reducido, para reducir los valores de Tabla 5.I.

$$C_2 = \frac{C_1 + A_s/A_{ps}}{1 + A_s/A_{ps}} \quad (5.2)$$

Siendo  $A_s$  y  $A_{ps}$  las áreas de las secciones de acero no tesado y tesado, respectivamente.

$$\delta_i = C_2 \cdot \delta_{si} \quad (5.3)$$

#### b.- Método de pasos de tiempo incremental.

Está basado en la combinación del cálculo de la deformación con el cálculo de las pérdidas de pretensado debidas a la fluencia lenta, retracción y relajación dependientes del tiempo.

La vida de diseño de la estructura se divide en varios intervalos crecientes de tiempo. La distribución de deformaciones, curvaturas y fuerzas de pretensado se calculan para cada intervalo junto con el incremento de retracción, fluencia lenta y pérdidas por relajación durante un intervalo de tiempo particular.

El procedimiento se repite para todos los intervalos incrementales subsiguientes, efectuándose una integración de las curvaturas incrementales para obtener la curvatura tiempo dependiente total, para una sección particular a lo largo de la luz.

La expresión general para determinar el valor de la curvatura total  $\phi_t$  al final de un intervalo de tiempo, puede ser expresada como:

$$\phi_t = \frac{P_1 \cdot e_x}{E_{ci} \cdot I_c} + \sum_0^t (P_{n-1} - P_n) \cdot \frac{e_x}{E_c \cdot I_c} - \sum_0^t (C_n - C_{n-1}) \cdot P_{n-1} \cdot \frac{e_x}{E_c \cdot I_c} \quad (5.4)$$

Donde:

$P_i$  : pretensado inicial, al momento de la transferencia y antes de producirse las pérdidas.

$e_x$  : excentricidad del cable en la sección.

Subíndice  $n-1$ : indica el comienzo de un paso de tiempo particular.

Subíndice  $n$ : indica el final del paso de tiempo particular mencionado anteriormente.

$C_{n-1}$ : coeficiente de fluencia lenta al comienzo de un paso de tiempo.

$C_n$  : coeficiente de fluencia lenta al final de un paso de tiempo.

$P_n$  ;  $P_{n-1}$  : pérdidas de pretensado en un intervalo de tiempo particular.

Este procedimiento se justifica para la evaluación de la deformación y la contraflecha de vigas esbeltas o de puentes de grandes luces, y para sistemas evolutivos de puentes, en los que la ejecución segmentada de los mismos requiere de una estimación relativamente exacta de las deformaciones.

La contraflecha, es decir la deformación debida a la fuerza de pretensado, puede ser obtenida desde la expresión:

$$\delta_r = \phi_r \cdot k \cdot l^2 \quad (5.5)$$

$k$  : coeficiente de envejecimiento. Varía desde 0 a 1.0 pero puede ser tomado como 0.7 a 0.8 para la mayoría de las aplicaciones.

### c.- Método de pasos de tiempo aproximado.

Este método está basado en una forma simplificada de suma de las deformaciones componentes debidas a varios factores. Si  $C_u$  es el coeficiente de fluencia lenta en el tiempo, la curvatura  $\phi_t$  originada por el pretensado efectivo  $P_e$  puede definirse como:

$$\phi_e = -\frac{P_i \cdot e_x}{E_C \cdot I_C} + (P_i - P_e) \cdot \frac{e_x}{E_C \cdot I_C} - \left(\frac{P_i + P_e}{2}\right) \cdot \frac{e_x}{E_C \cdot I_C} \cdot C_u \quad (5.6)$$

La deformación final total  $\delta_T$  debida al pretensado efectivo, al peso propio  $\delta_D$ , a la sobrecarga permanente  $\delta_{SD}$  y la carga viva  $\delta_L$  resulta:

$$\delta_T = -\delta_e - \left(\frac{\delta_i + \delta_e}{2}\right) \cdot C_u + (\delta_D + \delta_{SD}) \cdot (1 + C_u) + \delta_L \quad (5.7)$$

Este método aproximado de pasos en el tiempo presentado originalmente por Branson y Ozell, 1961, y ACI 435, 1963 da, en la mayoría de los casos, resultados comparables a los del método de multiplicadores del PCI.

### d.- Método de pérdidas de pretensado.

En él se supone que la carga debida al peso propio no produce fisuración, de modo tal que los efectos de fluencia lenta, retracción y relajación son considerados solamente para secciones transversales no fisuradas. Se debe tener en cuenta que una tensión adicional en el hormigón causada por la carga viva puede producir fisuración en el elemento estructural.

El método recomienda coeficientes de pérdida de tensión debidos a fluencia lenta, retracción del hormigón y relajación del acero, de manera tal que el cambio en la fuerza de pretensado  $\delta_C$  está dado por:

$$\delta_{PC} = -A_{IS} \cdot (\Delta f_{pSH} + \Delta f_{pCR} - A_{pS} \cdot \Delta f_{pR}) \quad (5.8)$$

En la Tabla 5.II se presenta un conjunto de multiplicadores, que son aplicables para determinar las deformaciones debidas al pretensado inicial, peso propio del elemento, sobrecarga permanente, y pérdidas de pretensado en el tiempo de manera similar a la de los multiplicadores usados por el “método de multiplicadores” de PCI.

La deformación total después de las pérdidas de pretensado y antes de la aplicación de la carga viva, está dada por la siguiente expresión:

$$\delta_{TD} = (1 + C_u) \cdot (\delta_D + \delta_i) + (1 + C_u') \cdot \delta_{SD} + (1 + \chi \cdot C_u) \cdot \delta_{PL} \quad (5.9)$$

Donde:

$\delta_{TD}$  : deformación total antes de aplicada la carga viva.

$\delta_D$  : deformación debida al peso propio.

$\delta_i$  : contraflecha por pretensado inicial.

$\delta_{SD}$  : deformación por sobrecarga permanente.

$\delta_{PL}$  : deformación por pérdidas de pretensado.

$C_u$  ,  $C_u'$  ,  $\chi$ : coeficientes que se encuentran en Tabla 5.II.

El módulo de elasticidad a ser empleado en el cálculo de todas las componentes de la deformación, debidas a las causas consideradas anteriormente, se evalúa para la edad del hormigón al momento de transferir el pretensado, a excepción del correspondiente a la sobrecarga permanente ya que la misma es aplicada a una edad posterior.

Tabla 5.II: Multiplicadores Tiempo – dependientes. Según Tadros y Ghali (1985)

Condiciones de carga	A –Tiempo de Emplazamiento		B – Tiempo final		C = B . A Tiempo Diferido	
	Fórmula	Promedio*	Fórmula	Promedio*	Fórmula	Promedio*
Pretensado Inicial	$1+C_a$	1.96	$1+C_u$	2.88	$(C_u+C_a)$	0.92
Pérdidas de Pretensado	$\alpha_a \cdot (1+\chi \cdot C_a)$	1.00	$1=\chi \cdot C_a$	2.32	$1-\alpha_a+\chi \cdot (C_u-\alpha_a C_a)$	1.32
Peso propio	$1+C_a$	1.96	$1+C_u$	2.88	$C_u-C_a$	0.92
Sobrecarga Permanente **	0	0	$1+C_u'$	2.50	$1+C_u'$	2.5
Sobrecarga Permanente ***	1.00	1.00	$1+C_u'$	2.50	$C_u'$	1.5

Nota:

Deformación tiempo dependiente = Deformación elástica x multiplicadores.

\* Suponiendo  $C_a = 0.96$ ;  $C_u = 0.88$ ;  $C_u' = 1.50$ ;  $\chi = 0.7$ ; y  $\alpha_a = 0.6$ , que corresponden aproximadamente a condiciones promedio, con humedad relativa = 70%, edad inicial del hormigón de 1 a 3 días y montaje entre los 40 a 60 días.

\*\* Aplicable luego que los elementos no estructurales se fijen al elemento estructural.

\*\*\* Aplicable antes que los elementos no estructurales se fijen al elemento estructural.

### 5.2.2. MODELO ANALÍTICO DESPLAZAMIENTO – DEFORMACIÓN.

En cualquier elemento estructural de hormigón, ya sea armado, pretensado total o parcial, que fisure bajo carga, se observa un deslizamiento gradual de la interface entre el acero traccionado y el hormigón circundante. Este fenómeno concentra las rotaciones de las secciones fisuradas, posibilitando que la evaluación de deformaciones se lleve a cabo a través de la integración de tales rotaciones.

Harajli-Alameh (1989), tomaron como referencia el modelo “deslizamiento - deformación” propuesto por Harajli-Naaman (1989), el cual se basa en la interacción entre acero y hormigón a través de la adherencia y del deslizamiento en las secciones fisuradas, (tema tratado en el Capítulo 4 de esta Tesis). Con esa base desarrollaron un modelo teórico para la predicción de deformaciones en vigas de hormigón parcialmente pretensado, fisuradas.

La aplicación de este método requiere la determinación previa de los deslizamientos y de sus correspondientes rotaciones concentradas.

Se considera una viga de hormigón pretensado, simplemente apoyada, y fisurada. La deformación, en la mitad de la luz de la viga, producida por la carga de servicio y medida desde la posición de la contraflecha (comba), puede ser expresada como:

$$\Delta_t = \frac{M_a}{E_c \cdot I_g} \cdot GF_a \quad \text{cuando } M_a \leq M_{cr} \quad (5.10)$$

$$\Delta_t = \Delta_p + \sum_{i=1}^n \theta_i \cdot l_i \quad \text{cuando } M_a > M_{cr} \quad (5.11)$$

donde:

$M_a$  : momento producido por cargas gravitatorias.

$$\theta_i = \frac{S_i}{d_{so} - c_i} \quad ; \quad \text{rotación concentrada, en la sección fisurada } i. \quad (5.12)$$

$$\Delta_p = \frac{F_e \cdot e_c}{EC \cdot I_g} \cdot GF_p \quad ; \quad \text{contraflecha originada por el pretensado.} \quad (5.13)$$

$$GF : \text{multiplicadores del momento.} \quad GF_p = \frac{l^2}{8} \quad ; \quad GF_a = \frac{5 \cdot l^2}{48} \quad (5.14)$$

$i$  : subíndice que representa el número de fisura.

$n$  : número de fisuras en la mitad de la longitud de la viga.

$S_i$  : deslizamiento en la sección fisurada  $i$ .

$d_{so}$  : ubicación del acero, medida desde la parte superior de la viga.

$c_i$  : posición del eje neutro de la sección fisurada, medida desde la parte superior de la viga.

$l_i$  : distancia desde la sección fisurada  $i$  hasta el apoyo.

La ventaja primaria del cálculo de la rotación desde el deslizamiento del refuerzo a tracción, ecuaciones (5.10), (5.11) y (5.12), es que la magnitud de la rotación calculada como tal es teóricamente igual a la integral de la distribución de la curvatura exacta entre las secciones fisuradas.

Las hipótesis de cálculo generales del modelo, ya fueron indicadas en el Capítulo 4 de esta Tesis, cuando se presentó el Modelo de Harajli-Naaman.

Pese a las notables simplificaciones que introduce el uso del modelo descrito en la determinación teórica de las flechas, su aplicación práctica se ve muy limitada al requerirse un análisis extendido a toda la longitud del elemento fisurado, lo que lleva necesariamente a una implementación computacional.

### 5.2.3. MÉTODOS PROPUESTOS POR DIFERENTES AUTORES Y EVALUADOS POR KRISHNA MOHAN RAO Y DILGER (1992).

Para calcular las deformaciones de elementos de hormigón parcialmente pretensados, estos autores evalúan cuatro métodos basados en el Método del Momento de Inercia Efectivo.

Una de las desventajas del pretensado parcial es que la rigidez del elemento, reducida, después de la fisuración puede resultar en un incremento en la deformación, la cual puede ser

suficiente para exceder el límite de uso aceptable. De ahí que el cálculo de la deformación, en estos elementos estructurales, constituye un problema de suma importancia práctica.

Aunque todos los métodos que abordan en la publicación usan el concepto fundamental del momento de inercia efectivo, los procedimientos de cálculo para determinar las deformaciones por carga viva y carga total varían ampliamente.

Branson (1968) sugirió el uso del momento de inercia efectivo 'I<sub>e</sub>' que toma en consideración el comportamiento bajo ambos estados: fisurado y no fisurado. La expresión sugerida por Branson para el cálculo del momento de inercia efectivo es:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_S}\right)^4 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_S}\right)^4\right] \cdot I_{cr} \leq I_g \quad (5.15)$$

Para la longitud completa de un elemento simplemente apoyado:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_S}\right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_S}\right)^3\right] \cdot I_{cr} \leq I_g \quad (5.16)$$

donde:

M<sub>cr</sub> : momento de fisuración de la sección.

M<sub>S</sub> : momento de la carga de servicio completa de la sección.

I<sub>g</sub> : momento de inercia de la sección completa.

I<sub>cr</sub> : momento de inercia de la sección fisurada.

I<sub>e</sub> : puede ser usado en una fórmula de deformación standard para vigas simplemente apoyadas, o entre puntos de inflexión de una viga continua.

La ecuación (5.16) ha sido modificada por varios investigadores, resultando los cuatro métodos que se indican a continuación para calcular deformaciones, a corto plazo, de vigas de hormigón parcialmente pretensado.

- **Método 1.**

Chen (1973), Bennett (1978), Tadros (1983) y Naaman (1982) han sugerido que, tanto el momento de fisuración como el momento producido por la carga de servicio total usados en la ecuación (5.16) deben ser reducidos en una cantidad igual al momento de decompresión  $M_{dc}$ .

El momento de decompresión es el momento que conduce a tensión cero en la fibra extrema de la sección de hormigón, en la cual las tensiones de tracción son causadas por las cargas aplicadas. El momento de decompresión está dado por:

$$M_{dc} = P_e \cdot e + \frac{P_e \cdot I_t}{A_t \cdot y_b} \quad (5.17)$$

donde:

$P_e$  : fuerza de pretensado efectiva después de todas las pérdidas.

$e$  : excentricidad.

$A_t$  : área de la sección transformada fisurada.

$I_t$  : momento de inercia de la sección transformada fisurada.

Si el momento de fisura  $M_{cr}$  y el momento producido por la carga de servicio  $M_S$  son disminuidos por una cantidad igual al momento de decompresión  $M_{dc}$ , la ecuación (5.16) se transforma en:

$$I_e = \left( \frac{M_{cr} - M_{dc}}{M_S - M_{dc}} \right)^3 \cdot I_g + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr} - M_{dc}}{M_S - M_{dc}} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \leq I_g \quad (5.18)$$

La deformación por carga de servicio está dada por:

$$\Delta = K \cdot \left( \frac{M_S \cdot L^2}{E_c \cdot I_e} \right)^3 \quad (5.19)$$

donde:

$K$  : coeficiente que depende de las condiciones de apoyo y de las condiciones de carga.

$L$  : longitud efectiva del elemento.

$E_c$  : Módulo de Young del hormigón.

• **Método 2.**

Branson y Trost (1982) han sugerido un método del punto de deflexión cero para vigas pretensadas parcialmente, el cual define el momento de inercia efectivo para la viga fisurada como:

$$(I_e)_{L2} = \left( \frac{M'_{cr}}{M_{L2}} \right)^3 \cdot I_g + \left[ 1 - \left( \frac{M'_{cr}}{M_{L2}} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \leq I_g \quad (5.20)$$

donde:

$(I_e)_{L2}$  : momento de inercia efectivo correspondiente a la deflexión hacia abajo.

$M_{cr}$  : momento de fisuración o momento positivo neto necesario para fisurar la sección.

$$M_{cr} = f_r \cdot I_g / y_b + P_e \cdot I_g / A_g \cdot y_b$$

$M_{L1}$  : parte del momento de carga viva correspondiente a deformación cero.

$$M_{L1} = P_e \cdot e - M_d \dots\dots\dots \text{para carga muerta uniformemente distribuida,}$$

carga viva y carga de pretensado (hacia arriba) equivalente.

$M_{L2}$  : parte del momento de carga viva que corresponde a la deformación cero hacia abajo del elemento pretensado.

La deformación total está dada por:

$$\Delta = \Delta_{L2} = K \cdot \left( \frac{M_{L2} \cdot L^2}{E_c \cdot (I_e)_{L2}} \right)^3 \quad (5.21)$$

• **Método 3.**

Branson (1984) y Branson and Sheikh (1984) han propuesto una expresión simplificada de  $I_e$ , para calcular la deformación por carga viva instantánea como:

$$(I_e)_L = \left( \frac{(M_L)_{cr}}{M_L} \right)^3 \cdot I_g + \left[ 1 - \left( \frac{(M_L)_{cr}}{M_L} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \quad (5.22)$$

donde:

$(M_L)_{cr}$  : es definido como el momento de fisuración por carga viva, y calculado como:

$$(M_L)_{cr} = M_{cr} - M_D$$

La deformación por carga instantánea está dada por:

$$\Delta_L = K \cdot \left( \frac{M_L \cdot L^2}{E_c \cdot (I_e)_L} \right)^3 \quad (5.23)$$

• **Método 4.**

Tadros, Ghali y Meyer (1985) han observado que el cambio en el centroide de la sección transversal, sobre la fisura, resulta en una excentricidad  $e_{cr}$  de la fuerza de pretensado, mayor que la excentricidad del elemento no fisurado.

Ignorar el cambio de excentricidad, mientras se calcula la curvatura de elementos pretensados con alas, puede resultar en una sobre estimación significativa de la flecha. De ahí que, sugieren la ecuación (5.24) para el cálculo del momento de inercia de la sección:

$$I'_e = \left( \frac{M_{cr} - M_{dc}}{M_S - M_{dc}} \right)^4 \cdot I_g + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr} - M_{dc}}{M_S - M_{dc}} \right)^4 \right] \cdot I_{cr} \quad (5.24)$$

Para determinar el cambio en la excentricidad después de la fisuración, la distancia al centroide efectivo es modificada como:

$$y_e = \left( \frac{M_{cr} - M_{dc}}{M_S - M_{dc}} \right)^4 \cdot y_g + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr} - M_{dc}}{M_S - M_{dc}} \right)^4 \right] \cdot y_{cr} \quad (5.25)$$

donde:

$y_g$  : distancia centroidal de la sección completa.

$y_{cr}$  : distancia centroidal de la sección fisurada.

Ambas se miden desde la fibra de compresión extrema.

La curvatura de la sección fisurada se calcula como:

$$\psi_e = \frac{M_S - P \cdot e_{cr}}{E_c \cdot I'_e} \quad (5.26)$$

Para vigas simplemente apoyadas, la deformación por carga de servicio se puede calcular con:

$$\Delta = 5 \cdot (\psi_c + \psi_{0.4L}) \cdot L^2 / 96 \quad (5.27)$$

donde:

$\psi_c$  : curvatura de la sección en el centro de la luz.

$\psi_{0.4L}$  : curvatura de la sección en 0.4 de la luz.

La exactitud de las deformaciones calculadas depende de la exactitud con que se calculen las propiedades de la sección fisurada.

- **Gráficos de diseño.**

Tadros, Ghali y Meyer presentan gráficos de diseño (figuras 5.2 a y b) que simplifican el cálculo del momento de fisuración  $M_{cr}$  y del momento de decompresión  $M_{dc}$  de elementos de hormigón parcialmente pretensado.

El momento de decompresión de la ecuación (5.17) puede expresarse de forma adimensional como:

$$\frac{M_{dc}}{P_e \cdot e} = \left[ 1 + \frac{I_y / b \cdot d^3}{A_y / b \cdot d} \cdot \frac{1}{(1 - \bar{y} / d) \cdot (1.1 - \bar{y} / d)} \right] \quad (5.28)$$

En la expresión precedente se asume que la altura de la viga es  $h \cong 1.1d$  y que los aceros tesados y no tesados, están ubicados a una profundidad efectiva  $d = \frac{A_{ps} \cdot d_{ps} + A_{ns} \cdot d_{ns}}{A_{ps} + A_{ns}}$

Los diferentes términos de la ecuación (5.28) pueden expresarse en función de tres parámetros adimensionales tales como:

$$\alpha_1 = \frac{b_w}{b} \quad ; \quad \alpha_2 = \frac{h_f}{h}$$

$$n\rho = \frac{E_s \cdot (A_{ps} + A_{ns})}{E_c \cdot b \cdot d}$$

de allí que:

$$\begin{aligned}
 A_t / b \cdot d &= \alpha_2 + \alpha_1 \cdot (1.1 - \alpha_2) + n\rho \\
 \frac{\bar{y} / d = \alpha_2^2 + \alpha_1 \cdot (1.21 - \alpha_2^2) + 2 \cdot n\rho}{2 \cdot \alpha_2 + 2 \cdot \alpha_1 \cdot (1 - \alpha_2) + 2 \cdot n\rho} & \qquad (5.29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_t / b \cdot d^3 &= (1/12) \cdot \alpha_2^3 + \alpha_2 \cdot (\bar{y} / d - \alpha_2 / 2)^2 + \\
 &+ (1/12) \cdot \alpha_1 \cdot (1.1 - \alpha_2)^3 + \alpha_1 \cdot (1.1 - \alpha_2) \cdot (\bar{y} / d - \alpha_2 / 2 - 0.55) + n\rho \cdot (1 - \bar{y} / d)^2
 \end{aligned}$$

Conociendo  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $n\rho$ , el momento de decompresión se puede calcular por medio de la figura (5.2).

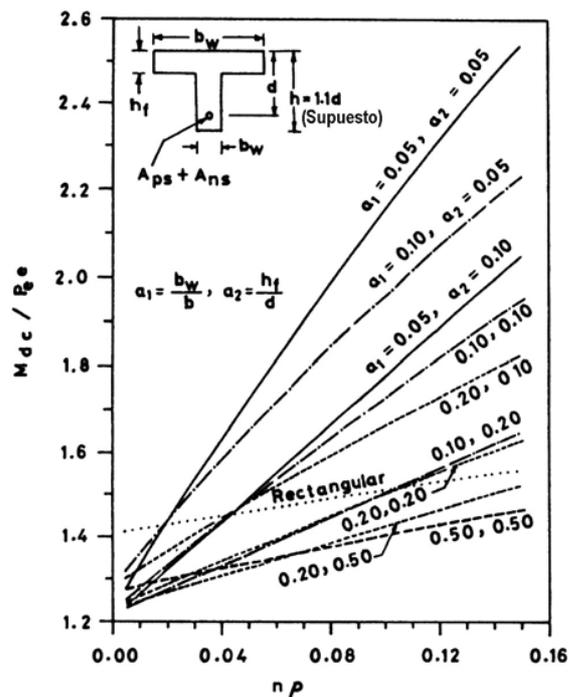


Figura 5.2: Gráfico de diseño para determinar el momento de decompresión  $M_{dc}$ .

El momento de fisura puede ser expresado como:  $M_{cr} = M_{dc} + \Delta M$

donde:  $\Delta M = f_r \cdot I_t / y_b$

$$f_r = 0.6 \cdot \sqrt{f_c'}$$

$f_c'$  : resistencia cilíndrica del hormigón, a los 28 días [MPa].

$\Delta M$  puede ser expresado en forma adimensional como:

$$\frac{\Delta M}{\sqrt{f_c'} \cdot b \cdot d^2} = \frac{0.6 \cdot I_t / b \cdot d^3}{(1.1 - \bar{y} / d)} \quad (5.30)$$

y se puede calcular ' $\Delta M$ ' desde la figura 5.3.

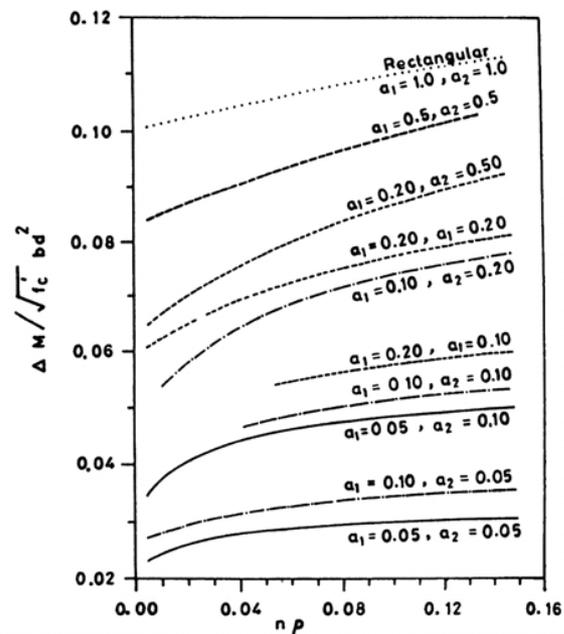


Figura 5.3: Gráfico de diseño para calcular  $\Delta M$

Los autores concluyen indicando que el método simplificado sugerido por Sheik y Branson (Método 3) da una predicción de la deformación ligeramente conservativa y lo recomiendan para el uso en el cálculo inicial de elementos de hormigón parcialmente pretensado.

Aconsejan el método propuesto por Tadros et al (Método 4), como más riguroso y exacto, para efectuar los cálculos de diseño final de los elementos de hormigón parcialmente pretensado. En el mencionado método la deformación es calculada por la integración de las curvaturas computadas en secciones puntuales a lo largo de la luz usando el momento de inercia efectivo.

#### 5.2.4. GUTIÉRREZ, KORN Y CUDMANI (1998).

Proponen un método para estimar flechas instantáneas y diferidas, de vigas de hormigón pretensado estáticamente determinadas, mediante la implementación numérica paso a paso en el tiempo.

El análisis es planteado tomando como base las deformaciones “libres y/o iniciales”, de manera tal que toda deformación que se produce sin originar directamente un estado de tensión elástico es considerada como una componente de deformación “libre” sin restricciones, por ejemplo fluencia lenta, retracción, relajación, temperatura.

El algoritmo que desarrollan se usa en forma repetitiva a lo largo del tiempo, el cual es dividido en pequeños intervalos. Los valores de las deformaciones “libres” son actualizados paso a paso en el transcurso del proceso, aceptando que las tensiones permanecen constantes durante el intervalo.

El elemento estructural es discretizado en segmentos, que son divididos a su vez en capas. Considerando la teoría de secciones planas en vigas se evalúan las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos para cada segmento en cada intervalo. El cálculo de las flechas se obtiene a través de la integración numérica de las curvaturas a lo largo del elemento.

Del planteo de las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y de momentos, y combinando ambas expresiones se puede encontrar la solución de equilibrio en forma matricial, tal que las incógnitas  $\varepsilon_0$  (deformación específica) y  $\chi$  (curvatura de la sección transversal) son calculadas en función de las características geométricas de la sección y de las deformaciones específicas libres de las capas de hormigón y acero.

$$\begin{bmatrix} \left( \sum_1^n \varepsilon_{li} \cdot dA_i + \alpha \cdot \sum_1^m \varepsilon_{lj} \cdot dA_j \right) \\ \left( \sum_1^n \varepsilon_{li} \cdot dA_i \cdot y_i + \alpha \cdot \sum_1^m \varepsilon_{lj} \cdot dA_j \cdot y_j \right) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_0 & A_1 \\ A_1 & A_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \chi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ M \\ E_C \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

donde:

$A_0$  : área total de la sección transversal.

$A_1$  : momento estático con respecto al borde superior de la sección transversal.

$A_2$  : momento de inercia con respecto al borde superior de la sección transversal.

$\varepsilon_0$  : deformación específica libre de las capas de hormigón.

$y$  : distancia al borde superior.

### Procedimiento de cálculo:

Al comenzar el análisis se calcula el estado inicial en el instante  $t_0$ , para lo cual se evalúan los estados de deformación de las capas de hormigón y acero.

Los valores iniciales de las deformaciones específicas libres de las capas de hormigón son nulos. En vigas pretensadas, el valor inicial de la tensión de tesado se considera como una deformación específica libre en la capa de acero correspondiente. Los valores de tracción son especificados como negativos.

Deformaciones diferidas: una vez calculado el estado inicial según el sistema de ecuaciones (5.31) se va incrementando, en pequeños intervalos, el tiempo de cálculo.

Durante el desarrollo deben actualizarse los valores de las deformaciones “libres” al comienzo de cada intervalo, aceptándose que las tensiones permanecen constantes durante el mismo.

En las capas de hormigón se evalúan los incrementos de las deformaciones específicas libres correspondientes a la fluencia lenta y a la retracción. Estas deformaciones pueden obtenerse a partir de algún modelo constitutivo apropiado de fluencia lenta y retracción.

En las capas de acero de pretensado se consideran las pérdidas por relajación del acero tesado, evaluándose la pérdida de tensión en el instante de cálculo y transformando este valor en un incremento de la deformación específica libre equivalente.

Una vez evaluados los incrementos de las deformaciones específicas libres, se actualizan los valores de las mismas al final del intervalo.

Seguidamente se plantea el equilibrio de fuerzas y de momentos obteniéndose los nuevos valores de la deformación específica del borde superior, y de la curvatura de la sección.

Finalmente se calcula el estado de tensión, al final del intervalo considerado, con las ecs. (5.32) y (5.33) y se incrementa nuevamente el tiempo.

$$\sigma_{ci} = E_c \cdot \varepsilon_{ei} = E_c \cdot [\varepsilon_{li} - (\varepsilon_0 + \chi \cdot y_i)] \quad (5.32)$$

$$\sigma_{cj} = E_c \cdot \varepsilon_{ej} = E_s \cdot [\varepsilon_{lj} - (\varepsilon_0 + \chi \cdot y_j)] \quad (5.33)$$

donde:

$\varepsilon_e$  : deformación elástica específica.

$\varepsilon_l$  : deformación específica “libre”.

Al resolverse la condición de equilibrio de la sección, los valores obtenidos de  $\varepsilon_0$  y  $\chi$  pueden ser tales que la sección presente deformaciones específicas elásticas de tracción que produzcan la fisuración del hormigón. No se considera la tensión de tracción del hormigón una vez que la sección se encuentra fisurada.

La resolución se transforma así en un problema iterativo, ya que la no colaboración a la tracción del hormigón origina un desequilibrio en las ecuaciones (5.31). Por ello deben plantearse nuevamente las características geométricas de la sección, descontándose del equilibrio las capas correspondientes al hormigón traccionado, obteniéndose como resultado nuevos valores de  $\varepsilon_0$  y  $\chi$  que producen una redistribución de deformaciones específicas elásticas y de tensiones. En esta redistribución de tensiones vuelven a anularse las capas traccionadas, lo que conduce a un nuevo cálculo del equilibrio en forma iterativa.

La flecha en el centro del tramo es evaluada en función del tiempo a partir de la integración numérica de la curvatura a lo largo de la viga.

$$\delta(t) = \int_L \chi(t) \cdot M_1 \cdot dL \quad (5.34)$$

donde:

$M_1$  : momento para una carga unitaria, en el centro del tramo.

$L$  : luz de la viga.

Considerando la discretización de la viga en 'n' segmentos, la flecha resulta ser:

$$\delta(t) = \frac{L^2}{n^2} \cdot \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}+1} \chi(i,t) \cdot (i-1) \quad (5.35)$$

### 5.3. DEFORMACIÓN EN VIGAS COMPUESTAS DE HORMIGÓN PRETENSADO.

La determinación de las deformaciones en vigas compuestas de hormigón pretensado presenta un número de dificultades conceptuales que son significativamente más complejas que las presentadas para las vigas no compuestas. Las principales razones de esto son:

- a. La viga actúa como una viga no compuesta en su etapa inicial y como viga compuesta luego del fraguado de la losa.
- b. Se hallan presentes diferentes propiedades tiempo-dependientes de los materiales de la viga premoldeada y de la losa hormigonada in-situ, como así también se presentan diferentes etapas de carga.
- c. Debido a lo mencionado en los puntos a y b, las deformaciones están sustancialmente influenciadas por el tiempo y la secuencia de las operaciones de construcción.
- d. Una vez producido el colado de la losa, las pérdidas de pretensado en la viga premoldeada ocasionan deformaciones adicionales diferidas, las que además están influenciadas por la restricción impuesta por la losa.
- e. La retracción y la fluencia lenta en la viga premoldeada y en la losa hormigonada in-situ tienen influencia en la deformación a largo plazo.

Se han encontrado muy pocas propuestas para evaluar la deformación en una viga compuesta de hormigón pretensado; a continuación se describen las halladas.

### 5.3.1. Naaman (1982):

Naaman recomienda la siguiente secuencia de cálculo para determinar la deformación en una viga compuesta de hormigón pretensado:

1. Calcular la deformación elástica instantánea debido a la fuerza de pretensado y al peso propio de la viga premoldeada. ( $\Delta_1$ ).
2. Estimar la deformación adicional a largo plazo de la viga premoldeada hasta el tiempo en el cual se adiciona la losa. ( $\Delta_2 = \lambda_1 \cdot \Delta_1$ ).
3. Determinar la deformación instantánea, en la viga premoldeada, debida al peso de la losa. ( $\Delta_3$ ).
4. Sumar los tres valores de deformación así obtenidos, esto dará como resultado la deformación resultante (en el tiempo), al momento en que se ha adicionado la losa. ( $\Delta_4$ ).
5. Determinar la deformación instantánea debido a la carga muerta adicional que actúa sobre la sección compuesta. ( $\Delta_5$ ).
6. Calcular la deformación resultante en la viga compuesta. ( $\Delta_6 = \Delta_4 + \Delta_5$ ).
7. Estimar la deformación a largo plazo (adicional) en la viga compuesta. ( $\Delta_7 = \lambda_2 \cdot \Delta_6$ ).
8. Calcular la deformación instantánea debida a la carga viva usando las propiedades de la sección compuesta.

### 9. Comprobar si se satisfacen los requerimientos de deformación (flecha).

Los coeficientes  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  dependen de las propiedades del material y del tiempo transcurrido entre las operaciones. PCI da valores aproximados para estos coeficientes:  $\lambda_2$  varía entre 1.85 y 3.00, mientras que para  $\lambda_1$  se puede considerar un valor de 1.20.

Martin (1977) sugiere la siguiente expresión para determinar  $\lambda_1$ :

$$\lambda_1 = \eta \cdot \frac{E_{Ci}}{E_C} \cdot k_r \cdot C_{Cu} \cdot \Delta_i \quad (5.36)$$

donde:

$$\eta = \frac{F}{F_i}$$

F : fuerza de pretensado.

F<sub>i</sub> : fuerza de pretensado inmediatamente después de la transferencia.

$$k_r = \frac{1}{\left(1 + \frac{A_s}{A_{ps}}\right)} \quad \text{Coeficiente válido cuando} \quad \frac{A_s}{A_{ps}} \leq 2$$

C<sub>CU</sub> : coeficiente de fluencia lenta último.

E<sub>Ci</sub> : módulo elástico del hormigón al tiempo de la transferencia.

Es de hacer notar que la deformación adicional, a largo plazo en las vigas compuestas que puede afectar a los elementos unidos o conectados a la viga, está dada por  $\Delta_7$  solamente.

#### 5.3.2. Nawy (1996).

Presenta un método aproximado basado en una forma simplificada de suma de deformaciones, constituyentes debido a varios factores tiempo-dependientes, para aplicar en casos de vigas pretensadas compuestas.

$$\begin{aligned}
\delta_T = & -\delta_{pi} \cdot \left[ 1 - \frac{\Delta P}{P_o} + K_a \cdot k_r \cdot C_u \cdot \lambda \right] + \delta_D \cdot [1 + K_a \cdot k_r \cdot C_u] + \\
& + \delta_{pi} \cdot \frac{I_e}{I_{comp}} \cdot \left[ 1 - \frac{\Delta P - \Delta P_c}{P_o} + k_r \cdot C_u \cdot (\lambda - \alpha \cdot \lambda') \right] + \\
& + (1 - \alpha) \cdot k_r \cdot C_u \cdot \delta_D \cdot \frac{I_g}{I_{comp}} + \delta_{SD} \cdot \left[ 1 + \alpha \cdot k_r \cdot C_u \cdot \frac{I_g}{I_{comp}} \right] + \delta_{df} + \delta_L
\end{aligned} \tag{5.37}$$

donde:

$$\delta_{pi} = k_1 \cdot \frac{P_i \cdot e_c \cdot l^2}{8 \cdot E_c \cdot I_g} \quad : \text{contraflecha debida al pretensado.} \tag{5.38}$$

$$\delta_D = \frac{5 \cdot W_D \cdot l^4}{384 \cdot E_c \cdot I_g} \quad : \text{deformación debida a la carga de peso propio (W}_D\text{)} \tag{5.39}$$

$$\delta_{SD} = \frac{5 \cdot W_{SD} \cdot l^4}{384 \cdot E_c \cdot I_e} \quad : \text{deformación debida a la sobrecarga permanente (W}_{SD}\text{)} \tag{5.40}$$

$$I_e = \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \cdot I_g + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{cr} \leq I_g \quad : \text{momento de inercia efectivo.} \tag{5.41}$$

$$I_{cr} = (n_p \cdot A_{ps} \cdot d_p^2 + n_s \cdot A_s \cdot d^2) \cdot (1 - 1.6 \cdot \sqrt{n_p \cdot \rho_p + n_s \cdot \rho}) \quad : \text{momento de inercia de la sección fisurada.} \tag{5.42}$$

$$\delta_L = \frac{5 \cdot W_L \cdot l^4}{384 \cdot E_c \cdot I_e} \quad : \text{deformación debida a la carga viva (sobrecarga W}_L\text{)} \tag{5.43}$$

$$\delta_{df} = \frac{F \cdot y_{cs} \cdot l^2}{8 \cdot E_{cc} \cdot I_{comp}} \quad : \text{deformación debida a la retracción diferencial y fluencia lenta entre la sección pretensada y la losa superior.} \tag{5.44}$$

$l$ : longitud de la viga.

$e_c$ : excentricidad del acero tesado.

$E_c$ : módulo de elasticidad del hormigón.

$E_{cc}$ : módulo de elasticidad de la sección compuesta.

$I_g$ : momento de inercia de la viga de hormigón pretensado.

$I_{comp}$ : momento de inercia de la sección compuesta.

$P_i$ : fuerza de tesado inicial.

$P_o$ : fuerza de pretensado en la transferencia, después de producidas las pérdidas elásticas.

$\Delta P$ : pérdida total de pretensado, excluyendo la pérdida elástica inicial.

$\Delta P_c$ : pérdida de pretensado al tiempo en que es colocada la losa superior, excluyendo la pérdida elástica inicial.

$F$ : fuerza resultante de la retracción y fluencia lenta del hormigón.

$k_a$ : factor correspondiente a la edad del hormigón. Sus valores son:

$$k_a = 1.25 \cdot t^{-0.118} \quad \text{para curado húmedo}$$

$$k_a = 1.13 \cdot t^{-0.118} \quad \text{para curado a vapor}$$

$k_1$ : coeficiente multiplicador, según Tabla 5.I.

$$k_r = \frac{1}{\left(1 + \frac{A_s}{A_{ps}}\right)} \quad \text{cuando } \frac{A_s}{A_{ps}} \ll 1.0 \quad \text{Generalmente se considera } k_r = 1 \quad (5.45)$$

$$\lambda = 1 - \frac{\Delta P}{2 \cdot P_o} \quad ; \quad \lambda' = 1 - \frac{\Delta P_c}{2 \cdot P_o} \quad (5.46)$$

$d$ : distancia desde la fibra extrema a compresión, hasta el baricentro del refuerzo a tracción.

$d_p$ : distancia desde la fibra extrema a compresión hasta, el baricentro del acero tesado.

$b$ : ancho de la sección comprimida del elemento estructural.

$A_{ps}$ : área de acero tesado en la zona de tracción.

$A_s$ : área de acero no tesado (armadura de refuerzo).

$n_p$ ;  $n_s$ : relación de módulos de elasticidad.

$y_{cs}$ : distancia desde el baricentro de la sección compuesta, al baricentro de la losa superior.

$$\alpha = \frac{t^{0.60}}{(10 + t^{0.60})} \quad (5.47)$$

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad (5.48)$$

$$\rho_p = \frac{A_{ps}}{b \cdot d_p} \quad (5.49)$$

$M_{cr}$  : momento de fisuración.

$M_a$  : momento máximo en el elemento estructural.

#### 5.4. CONTROL DE LA DEFORMACIÓN (FLECHA) EN ELEMENTOS PRETENSADOS.

Naaman (1982) y Nawy (1996) presentan dos tablas, a modo de límite para el valor de la deformación de elementos de hormigón pretensado:

- Una corresponde al Código ACI, y está referida a estructuras en general, pero no están considerados los elementos estructurales de puentes. En ella el valor límite más pequeño es de ( $luz / 480$ ).
- La otra está dada por las especificaciones de AASHTO y si bien la misma corresponde a puentes de acero, la indican como base válida a tener en cuenta para puentes de hormigón pretensado. Esta Tabla resulta ser más rigurosa que la mencionada en primer término pues considera la presencia de cargas de servicio. Se transcribe a continuación como Tabla 5.III.

Tabla 5.III: Máximas deformaciones admisibles según las especificaciones AASHTO

Tipo de elemento estructural	Deformación considerada	Deformación (flecha) máxima admisible	
		Tráfico vehicular solamente	Tráfico vehicular y peatonal
Viga simple o continua	Instantánea debida a carga de servicio, carga viva, más impacto	$\frac{luz}{800}$	$\frac{luz}{1000}$
Viga cantilever		$\frac{luz}{300}$	$\frac{luz}{375}$

## 5.5. CONCLUSIONES.

- Por el tipo de fenómenos involucrados (retracción y fluencia lenta del hormigón, y relajación del acero) las deformaciones también son función del tiempo.
- El modelo analítico Desplazamiento – Deformación de Harajli y Alameh, resulta ser uno de los más completos para la determinación de flechas; a pesar de que su aplicación práctica se ve limitada al requerirse un análisis extendido a toda la longitud del elemento fisurado. Esto se soluciona implementando, computacionalmente, el método.
- La determinación de las deformaciones en vigas compuestas de hormigón pretensado presenta un número de dificultades conceptuales que son significativamente más complejas que las presentadas para vigas no-compuestas. Esto se debe al empleo de diferentes tipos de hormigón, y además a la evolución constructiva de las partes, en el tiempo.

## *CAPITULO 6:*

# *FORMULACION Y PROGRAMACION DEL MODELO*

---

### **6.1. GENERALIDADES.**

Condiciones límites tales como anchos máximos de fisuras y flechas son a menudo excedidas en sus valores admisibles de diseño ocasionando problemas de durabilidad, funcionalidad y estética que con el tiempo reducen la vida útil de los elementos de hormigón pretensado. Este hecho ha sido el principal motivo por el cual en los últimos años se ha destinado un gran esfuerzo al estudio de fenómenos tales como fluencia lenta y retracción del hormigón, relajación de aceros y degradación de la adherencia acero – hormigón, los cuales se encuentran relacionados con el tiempo y el número de ciclos de carga. A pesar de ello, y de que en la actualidad se dispone de numerosos modelos para estimar el desarrollo de tales fenómenos, es de destacar el limitado número de propuestas tendientes a lograr un modelo matemático integrado que vincule a todos ellos de modo tal de representar la interacción que los mismos tienen en las aplicaciones estructurales usuales.

Lo indicado en el párrafo anterior está referido al caso de vigas pretensadas, pero dicha falencia es aún más notoria cuando se trata de modelos para el análisis de vigas compuestas de hormigón pretensado.

## **6.2. DESCRIPCION DEL MODELO IMPLEMENTADO.**

El Modelo Teórico de Cálculo que aquí se propone, y describe, está integrado por modelos analíticos existentes. Surge como resultado del análisis de diferentes propuestas sobre vigas simples y compuestas, las cuales se adaptan para modelar los fenómenos que se presentan en vigas compuestas pretensadas, comúnmente empleadas en la construcción de puentes de pequeñas y medianas luces.

El modelo permite determinar anchos de fisura en diferentes secciones de una viga compuesta de hormigón pretensado, simplemente apoyada, con acero teso y no teso, sometida a flexión, y además evalúa la deformación (flecha) en el centro del tramo. Tiene en cuenta los efectos de la fluencia lenta y de la retracción del hormigón bajo cargas repetitivas.

Para su representación en lo referente a la resolución analítica, se lo considera integrado por tres partes fundamentales, las cuales se describen a continuación.

### **6.2.1. PRIMERA PARTE DEL MODELO.**

#### **6.2.1.1. Posición del eje neutro de la sección fisurada.**

Consiste en establecer la ubicación del eje neutro para la sección fisurada, y determinar los valores de las tensiones resultantes tanto en hormigón como en aceros teso y no teso. Los desarrollos matemáticos permiten considerar secciones compuestas que fisuran bajo cargas de servicio (lo que comúnmente se denomina pretensado parcial).

Dado que se trata de determinar los valores de las tensiones en servicio, deben conocerse previamente: la geometría de la sección, las características de los materiales constitutivos (hormigón de la viga pretensada, y de la losa, acero teso y no teso), la fuerza de tesado y las solicitaciones. Para llevar a cabo este estudio se consideran dos situaciones de trabajo:

Fase I: la viga pretensada prefabricada soporta las acciones permanentes iniciales (peso propio, peso del hormigón in situ fresco y fuerza de tesado).

Fase II: El hormigón in situ ha endurecido, incrementándose la resistencia. La sección compuesta soporta la carga permanente restante y la sobrecarga útil.

Geometría de la sección:

La sección a estudiar se presenta en la figura 6.1

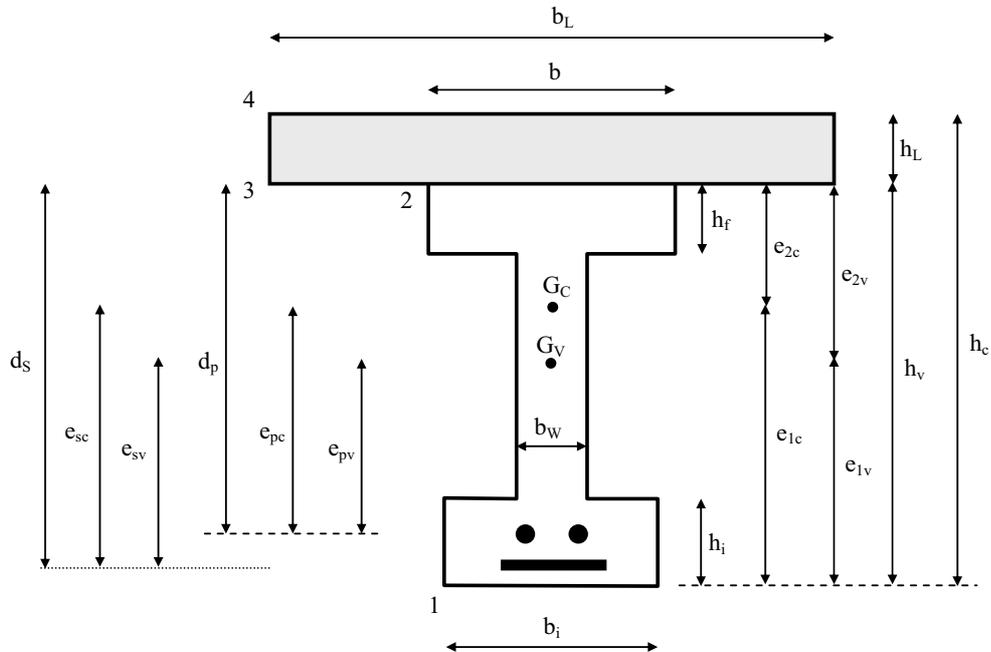


Figura 6.1: sección transversal de la viga compuesta

Notación:

A: área.

$h_v$  : altura de la viga prefabricada.

d: altura.

e: distancia desde el centro de gravedad a la fibra considerada. Positiva (+) por arriba de G.

E: módulo de elasticidad.

I: momento de inercia.

W: momento resistente.

$\sigma$ : tensión. (Positiva, si es de compresión en el hormigón).

$\sigma$ : tensión. (Positiva, si es de tracción en el acero).

Subíndices que identifican a:

1: fibra inferior de la viga pretensada.

- 2: fibra superior de la viga pretesada.  
 3: fibra inferior del hormigón in situ.  
 4: fibra superior del hormigón in situ.  
 c: corresponde a la viga compuesta.  
 L: hormigón de la losa (hormigonada in situ).  
 p: acero de pretensado.  
 s: acero no tesado.  
 v : viga pretesada.

• **Estudio de la Fase I:**

Para su análisis se consideran dos estados:

- **Estado A:** Acción de la fuerza de tesado.

$$\sigma_p^A = \frac{P_{ef}}{A_p} \quad : \text{tensión en la armadura tesa} \quad (6.1)$$

$$\sigma_s^A = \frac{P_{ef}}{A_s} \cdot \left( 1 + \frac{e_{pv} \cdot e_{sv}}{r_v^2} \right) \cdot \frac{E_s}{E_v} \quad : \text{tensión en la armadura no tesa} \quad (6.2)$$

$$\sigma_1^A = \frac{P_{ef}}{A_v} \cdot \left( 1 + \frac{e_{pv} \cdot e_{1v}}{r_v^2} \right) \quad : \text{tensión en la fibra extrema inferior de la viga pretesada} \quad (6.3)$$

$$\sigma_2^A = \frac{P_{ef}}{A_v} \cdot \left( 1 + \frac{e_{pv} \cdot e_{2v}}{r_v^2} \right) \quad : \text{tensión en la fibra extrema superior de la viga pretesada} \quad (6.4)$$

- **Estado B:** Peso de la viga + Peso del hormigón fresco.

$$\sigma_1^B = \frac{M_g}{W_{1v}} \quad : \text{tensión en la fibra extrema inferior de la viga pretesada} \quad (6.5)$$

$$\sigma_2^B = \frac{M_g}{W_{2v}} \quad : \text{tensión en la fibra extrema superior de la viga pretesada} \quad (6.6)$$

$M_g$  : momento flector en este estado B.

Para determinar las tensiones en los aceros teso y no teso, se calcula previamente la deformación en el hormigón que rodea a dichos aceros, de manera que:

$$\sigma_p^B = \frac{E_p}{E_v} \cdot \frac{M_g \cdot |e_{pv}|}{I_v} \quad : \text{tensión en el acero de pretensado} \quad (6.7)$$

$$\sigma_s^B = \frac{E_s}{E_v} \cdot \frac{M_g \cdot |e_{sv}|}{I_v} \quad : \text{tensión en el acero no teso} \quad (6.8)$$

**- Estado A + B.**

Sumando las tensiones debidas a los estados A y B, se obtienen los valores finales para la Fase I. Ver las ecuaciones (6.9) y (6.10), y figura: 6.2.

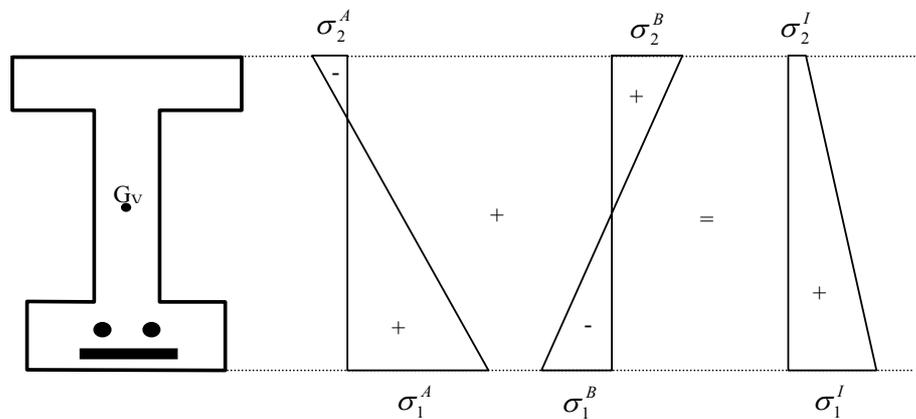


Figura 6.2: diagramas de tensiones para los Estados A+B

$$\sigma_1^I = \sigma_1^A + \sigma_1^B \quad ; \quad \sigma_2^I = \sigma_2^A + \sigma_2^B \quad (6.9)$$

$$\sigma_p^I = \sigma_p^A + \sigma_p^B \quad ; \quad \sigma_s^I = \sigma_s^A + \sigma_s^B \quad (6.10)$$

### Estudio de la Fase II:

El hormigón in situ ha endurecido, pero en el caso general, su módulo de elasticidad  $E_L$  es menor que el de la viga  $E_v$ .

Bajo la hipótesis de unión adecuada entre ambos hormigones, la deformación en la fibra de contacto debe ser idéntica  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ , ver figura (6.3).

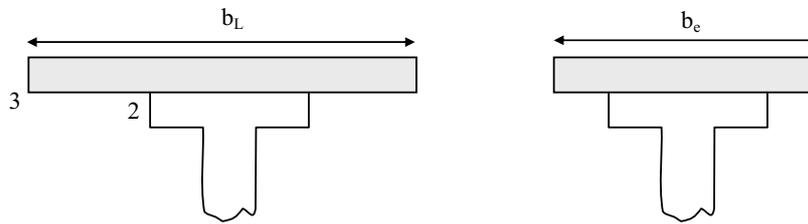


Figura 6.3: Representación gráfica del ancho equivalente

$$\frac{\sigma_2}{E_v} = \frac{\sigma_3}{E_L} \quad \text{por lo tanto:} \quad \sigma_3 = \frac{E_L}{E_v} \cdot \sigma_2 \quad (6.11)$$

Tomando un elemento diferencial en el hormigón in situ, sobre la fibra de contacto, su área es:

$$dA = b_L \cdot d_e \quad (6.12)$$

y la fuerza que le corresponde es:

$$dF = \sigma_3 \cdot b_L \cdot d_e \quad (6.13)$$

Reemplazando en la ec. (6.13) por el valor de  $\sigma_3$  obtenido mediante la ec. (6.11) se llega a:

$$dF = b_e \cdot \sigma_2 \cdot d_e \quad (6.14)$$

donde  $b_e$  es el ancho equivalente, ver figura (6.3):

$$b_e = \frac{E_L}{E_v} \cdot b_L \quad (6.15)$$

Esta última ecuación expresa que se puede trabajar con el ancho equivalente  $b_e$  en lugar del ancho real  $b_L$ , empleando para la sección compuesta así conformada el módulo  $E_v$ .

**- Estado C:** Decompresión de la Viga Pretensada.

En este estado se procede a eliminar las tensiones de la Fase I dadas por las ecs. (6.9). Para lograr este objetivo deben aplicarse en el centro de gravedad de la viga compuesta una fuerza de tracción y un momento flector de decompresión  $N_d$  y  $M_d$  respectivamente.

El hormigón in situ ya endurecido queda con tensiones que pueden ser de tracción o de compresión.

$$N_d = \sigma_G^C \cdot A_c \quad (6.16)$$

El valor de  $\sigma_G^C$  se obtiene de:

$$\sigma_G^C = \frac{e_{2c}}{h_v} \cdot (\sigma_1^C - \sigma_2^C) + \sigma_2^C \quad (6.17)$$

A su vez:

$$M_d = \frac{I_c}{e_{1c}} \cdot (\sigma_1^C - \sigma_2^C) \cdot \left(1 - \frac{e_{2c}}{h_v}\right) \quad (6.18)$$

Las tensiones en el hormigón in situ para este estado son:

$$\sigma_3^C = \sigma_2^C \quad ; \quad \sigma_4^C = \sigma_2^C - \frac{\sigma_1^C - \sigma_2^C}{h_v} \cdot h_v \quad (6.19)$$

A su vez los incrementos de tensiones en las armaduras tesa y no tesa valen:

$$\Delta\sigma_p^C = \frac{E_p}{E_v} \cdot \left\{ \frac{N_d}{A_c} + \frac{M_d}{I_c} \cdot [e_{1c} - (h_v - d_p)] \right\} \tag{6.20}$$

$$\Delta\sigma_s^C = \frac{E_s}{E_v} \cdot \left\{ \frac{N_d}{A_c} + \frac{M_d}{I_c} \cdot [e_{1c} - (h_v - d_s)] \right\} \tag{6.21}$$

**- Estado D: Sección Fisurada.**

La viga ha quedado totalmente decomprimida, es decir en un estado de “fisuración inminente”. Se deben aplicar ahora las siguientes acciones:

- (-  $N_d$ ) ..... para anular la fuerza  $N_d$  aplicada en el estado C.
- (-  $M_d$ ) ..... para anular el momento  $M_d$  aplicado en el estado C.
- (-  $M_S$ ) ..... momento debido a la sobrecarga y al resto de las cargas permanentes (por ejemplo peso de la carpeta de desgaste).

Es decir que en la figura (6.4), el momento flector y el esfuerzo normal son respectivamente:

$$M_f = M_S - M_d \quad \text{y} \quad N_f = - N_d \tag{6.22}$$

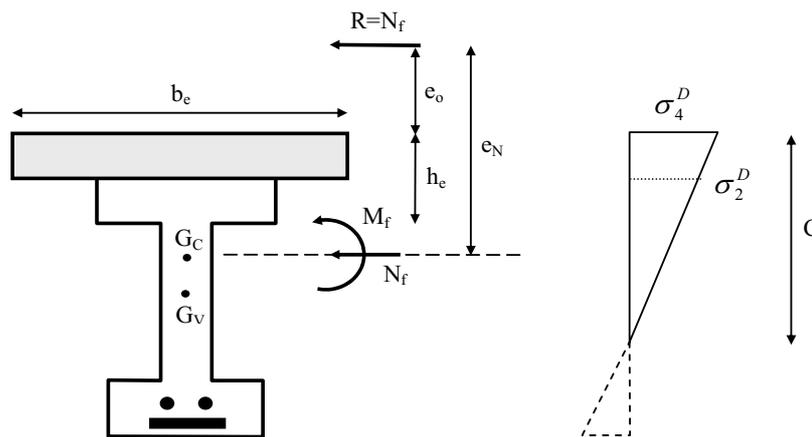


Figura 6.4: Configuración de la sección (fisurada) en el Estado D.

Considerando que:

$$s_1 = b - b_w$$

$$s_2 = b_2 - b_e$$

$$n_p = E_p / E_v \quad ; \quad n_s = E_s / E_v$$

$$e_N = M_f / N_f$$

$$e_o = e_N - e_{4C}$$

$$\text{Del planteo de:} \quad \Sigma F_x = N_f \quad ; \quad \Sigma M_4 = -N_f \cdot e_o \quad (6.23)$$

surge la siguiente ecuación cúbica en “C”, donde C representa la distancia desde la fibra superior de la viga compuesta hasta el eje neutro:

$$\begin{aligned} & C^3 \cdot (b_2 - s_1) + \\ & + C^2 \cdot (3 \cdot e_o \cdot b_2 - 3 \cdot e_o \cdot s_1) + \\ & + C \cdot [6 \cdot e_o \cdot s_1 \cdot h_e - 6 \cdot h_L \cdot s_2 \cdot e_o + 6 \cdot n_p \cdot A_p \cdot e_o + 6 \cdot n_s \cdot A_s \cdot e_o + 3 \cdot s_1 \cdot h_e^2 - 3 \cdot h_L^2 \cdot s_2] + \\ & + C \cdot [6 \cdot n_p \cdot A_p \cdot (d_p + h_L) + 6 \cdot n_s \cdot A_s \cdot (d_s + h_L) - \\ & - 3 \cdot e_o \cdot s_1 \cdot h_e^2 + 3 \cdot h_L^2 \cdot s_2 \cdot e_o - 6 \cdot n_p \cdot A_p \cdot (d_p + h_L) \cdot e_o - 6 \cdot n_s \cdot A_s \cdot (d_s + h_L) \cdot e_o \\ & - 2 \cdot s_1 \cdot h_e^3 - 2 \cdot h_L^3 \cdot s_2 - 6 \cdot n_p \cdot A_p \cdot (d_p + h_L)^2 - 6 \cdot n_s \cdot A_s \cdot (d_s + h_L)^2] = 0 \end{aligned} \quad (6.24)$$

El valor de la incógnita C se determinó mediante un proceso de iteración, y si bien los resultados se muestran algo sensibles respecto de una variación en la tolerancia aceptada, no se presentaban diferencias muy notables respecto de los valores que surgían de aplicar las expresiones para la resolución exacta de una raíz cúbica.

Una vez hallado el valor de C, se calcula un valor de tensión denominado  $\sigma_4^D$  mediante la siguiente expresión que surge de la primera ecuación del grupo (6.23):

$$\sigma_4^D = \frac{-N_f}{\frac{C \cdot b}{2} - \frac{(C - h_e)^2}{C} \cdot \frac{s_1}{2} - \frac{C - 0.5 \cdot h_L}{C} \cdot s_2 \cdot h_L - n_p \cdot A_p \cdot \frac{d_p + h_L - C}{C} - n_s \cdot A_s \cdot \frac{d_s + h_L - C}{C}} \quad (6.25)$$

### - Tensiones finales.

A continuación se calculan las tensiones finales, un esquema de distribución de las mismas se presenta en figura 6.5.

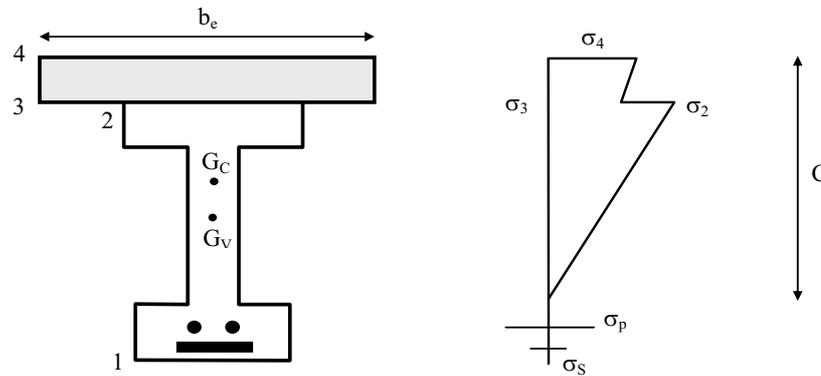


Figura 6.5: esquema de tensiones finales.

### - Tensiones finales en la losa de hormigón (hormigonada in situ).

Las tensiones en la fibra superior o inferior del hormigón de la losa, se obtienen de  $\sigma_4^D$  calculada en el Estado D (multiplicadas por la relación modular  $E_L / E_v$ ), sumando las tensiones que tenía dicho hormigón al decomprimir la viga pretensada  $\sigma_4^C$  o  $\sigma_3^C$  respectivamente.

$$\sigma_4 = \frac{E_L}{E_v} \cdot \sigma_4^D + \sigma_4^C \quad : \text{ tensión en la fibra superior de la losa} \quad (6.26)$$

$$\sigma_3 = \frac{E_L}{E_v} \cdot \frac{C - h_L}{C} \sigma_4^D + \sigma_3^C \quad : \text{ tensión en la fibra inferior de la losa} \quad (6.27)$$

$$\sigma_2 = \sigma_2^D = \frac{C - h_L}{c} \cdot \sigma_4^D \quad : \text{ tensión en el borde superior de la viga pretensada} \quad (6.28)$$

$$\sigma_p = \frac{E_p}{E_v} \cdot \frac{d_p + h_L - C}{C} \cdot \sigma_4^D + \Delta\sigma_p^C + \sigma_p^I \quad : \text{ tensión en la armadura tesa} \quad (6.29)$$

$$\sigma_s = \frac{E_s}{E_v} \cdot \frac{d_s + h_L - C}{C} \cdot \sigma_4^D + \Delta\sigma_s^C + \sigma_s^I \quad : \text{ tensión en la armadura no tesa} \quad (6.30)$$

Aplicando las expresiones vistas hasta el presente en este capítulo y adaptándolas para analizar las diferentes secciones, en función de la ubicación y por ende del momento, se obtienen la posición del eje neutro y las tensiones finales, en hormigones y aceros, para aquellas zonas de la viga donde se producen fisuras primarias.

### 6.2.1.2. Separación entre fisuras primarias:

Para determinar la separación entre fisuras primarias “ $a_{cs}$ ” y, en función de ella, las “posibles” zonas a analizar, se adopta la expresión (ec. (6.31)) propuesta por Gergely (Tabla 4.IV, de esta Tesis).

$$C_N$$

$$a_{cs} = 7.6 \cdot 10^{-5} \cdot 0.175 \cdot E_{So} \cdot \sqrt[3]{d_c \cdot A_c} \quad [m] \quad (6.31)$$

donde:

$E_{So}$ : módulo de elasticidad del acero de refuerzo o del acero teso [MPa].

$d_c$ : recubrimiento [m].

$A_c$ : área que resulta de calcular el área efectiva del hormigón que rodea al refuerzo de tracción en flexión y que tiene el mismo centroide que el refuerzo, y dividirla por el número de barras o alambre. Este último número se debe computar como área total de refuerzo dividido por el área de la mayor barra o alambre usado, esto es así cuando el refuerzo de flexión está formado por diferentes barras o alambres.

Harajli-Alameh (1989) indican que la ec. (6.31) para estimar la separación entre fisuras presenta buena aproximación con los resultados experimentales observados en vigas de hormigón armado, hormigón pretensado total, y hormigón pretensado parcial.

### 6.2.1.3. Grado de pretensado.

Un índice de caracterización del pretensado parcial lo constituye el denominado grado de pretensado (GPe), el cual representa la porción del momento total de servicio para la cual la sección es pretensada totalmente.

$$GPe = \frac{M_{Dec}}{M_{(g+p)}} \quad (6.32)$$

con:  $0 \leq GPe \leq 1$

$M_{Dec}$  : momento de decompresión de la fibra traccionada deducidas las pérdidas de pretensado.

$M_{(g+p)}$  : momento debido a las acciones permanentes más las sobrecargas.

### 6.2.2. SEGUNDA PARTE DEL MODELO.

Las expresiones que calculan el ancho de fisura inicial, de acuerdo a los resultados presentados por Pérez y otros (1995) y que se indican en la Tabla (6.I.), no contemplan la aplicación de cargas repetitivas. Las propuestas del CEB y CEB-FIP solamente distinguen entre carga instantánea y carga repetitiva pero no consideran la variación del ancho de fisura con el número de ciclos de carga. El “modelo de Harajli-Naaman” es el único que tiene en cuenta dicha variación.

Tabla 6.I.: Anchos de fisura instantáneos.

MODELO	$W_{fis_c}$ (mm)	$\frac{W_{fisc} - W_{exp}}{W_{exp}} \cdot 100$
Gergely-Lutz (1968)	0.049	-30
Stevens (1969)	0.045	-35
CEB-FIP (1970)	0.039	-44
Nawy-Potyondy (1971)	0.010	-85
Bennet (1972)	0.095	+36
Nawy-Huang (1977)	0.061	-13
CEB-FIP (1978)	0.055	-21
Martino-Nilson (1979)	0.120	+71
Suru-Dilger (1986)	0.069	-1
Hassoun-Sahebjam (1989)	0.026	-63
CEB (1990)	0.052	-25
Balázs (1993)	0.012	-83
Harajli-Naaman (1989)	0.020	-71

Para esta segunda parte del modelo, se toma como base el “modelo analítico de desplazamiento – deformación” desarrollado por Harajli - Naaman (1989), cuyas hipótesis y secuencia de cálculo se han descrito en el apartado 4.3 de esta Tesis. Este “modelo” no sólo considera la variación del ancho de fisura con el número de ciclos de carga, sino que además

tiene en cuenta fenómenos tales como el de fluencia lenta cíclica y retracción del hormigón, y la redistribución de tensiones de adherencia entre la armadura y el hormigón circundante.

Como consecuencia de la fluencia lenta cíclica del hormigón, se produce en el mismo una redistribución de tensiones, y el incremento de las tensiones en el acero y por ende del ancho de fisura. Para tener en cuenta este fenómeno, el mencionado modelo emplea el concepto de módulo de elasticidad “aparente” del hormigón.

La tensión en el acero no tesado, o el incremento de tensión del acero tesado desde la decompresión en la fisura, y la posición del eje neutro en un ciclo cualquiera N al cual le corresponde un tiempo “t” desde el inicio de la carga, se calculan con el módulo de elasticidad aparente empleando las ecuaciones de equilibrio de tensiones de la sección fisurada.

Este “modelo” tiene aplicación tanto para el primer ciclo de cargas, como para el ciclo N.

Se obtienen, como resultado, los anchos de fisuras primarias que se producen en la viga, y el valor del deslizamiento.

Es necesario tener en cuenta además, y tal como se ha indicado anteriormente, que el modelo de adherencia - deslizamiento tomado como base para el desarrollo del presente modelo resuelve el caso de vigas pretensadas sin losa de tablero, mientras que el modelo que aquí se propone pretende extender el análisis del mismo a vigas compuestas.

Por todo lo expuesto, se analizó computacionalmente la respuesta del crecimiento de anchos de fisura modificando valores de origen experimental, con el fin de aproximar los resultados del modelo propuesto a los resultados experimentales.

Es por ello que se propone efectuar una modificación en la expresión (4.42) del modelo de H-N. Como se ha indicado anteriormente la misma se origina en datos experimentales obtenidos por Rehm and Eligehausen (1979) para determinar el comportamiento de la adherencia de barras nervuradas bajo la acción de cargas repetitivas en ensayos de pullout. En el mencionado trabajo se indica que si bien este comportamiento ha sido objeto de numerosas investigaciones, los resultados que se han obtenido de las mismas son contradictorios. Establecen la siguiente expresión para determinar el deslizamiento de la armadura después de la aplicación de N ciclos de carga:

$$S_N = S_0 \cdot (1 + k_N) \quad (6.33)$$

donde:

$S_0$  : deslizamiento inicial.

$k_N$  : coeficiente de deslizamiento bajo carga de fatiga. Para las condiciones de ensayo se emplea:

$$k_N = (1 + N)^{0.107} - 1 \quad (6.34)$$

Se puede observar que la ec. (6.34) ha sido modificada en el modelo H-N por la expresión que se transcribe a continuación:

$$k_N = \frac{k}{(t^{0.107} + 0.58 \cdot N^{0.107})}$$

Aunque esta modificación no ha sido justificada por los autores, es posible que se haya realizado a los efectos de ajustar los resultados numéricos a los experimentales

### 6.2.3. TERCERA PARTE DEL MODELO.

En ella se obtiene el valor de la deformación total (flecha) en el centro de la viga, tanto para el primer ciclo de cargas como para el ciclo N. Para esto se efectúa previamente el cálculo de la rotación concentrada en función del deslizamiento acero - hormigón, de las profundidades del eje neutro y del acero en cada una de las secciones fisuradas.

Las expresiones empleadas para realizar estos cálculos, fueron tratadas en el capítulo 5 de esta Tesis, y se incluyeron en el modelo aquí propuesto.

Los valores de la deformación están dados con origen en la parte superior de la viga en el centro de la luz, y se miden desde la posición de contraflecha.

Pese a las notables simplificaciones que introduce el uso de este modelo para la determinación teórica de las flechas, su aplicación práctica requiere de un análisis extendido a toda la longitud del elemento fisurado, haciendo por ello necesario su implementación computacional.

### 6.3. IMPLEMENTACION COMPUTACIONAL DEL MODELO.

El modelo fue implementado computacionalmente, y es aplicable al cálculo de vigas simplemente apoyadas, de sección compuesta de hormigón pretensado formada por una viga pretensada de sección “T”, doble “T” de alas desiguales o doble “T” de alas iguales, y con losa superior de hormigón colado in situ.

A través del mismo se determinan las tensiones y la posición del eje neutro, como así también los anchos de fisuras, y las deformaciones de acuerdo a lo establecido en el apartado 6.2. de esta Tesis.

En el modelo computacional, se extendió su análisis a cada una de las secciones que presentan fisuras primarias cuando actúan la carga mínima y la carga máxima.

Las vigas se consideran sometidas a cargas permanentes y repetitivas.

El Programa elaborado con el mencionado modelo se denomina “**PCCBEAM**” (Prestressed Composite Concrete Beam) y fue escrito en lenguaje FORTRAN.

Las unidades que se emplean corresponden al Sistema Internacional (SI).

#### 6.3.1. ARCHIVO DE DATOS.

El programa permite el ingreso de datos mediante un archivo al que se le asigna el nombre de “**BDATOS.dat**”, el cual se debe generar incluyendo los datos de acuerdo al siguiente orden:

1. Luz de la viga entre apoyos [m].
2. Separación entre vigas, en su disposición definitiva en la estructura [m].
3. Altura de la viga pretensada [m].
4. Espesor del alma de la viga pretensada [m].
5. Espesor de la losa de hormigón del tablero (colada in situ) [m].
6. Ancho del ala superior de la viga pretensada [m].
7. Espesor del ala superior de la viga pretensada [m].
8. Ancho del ala inferior de la viga pretensada [m].
9. Espesor del ala inferior de la viga pretensada [m].
10. Área de la armadura no-tesa [m<sup>2</sup>].
11. Área de una barra de armadura no-tesa [m<sup>2</sup>].
12. Recubrimiento [m].
13. Distancia desde el baricentro de la armadura no-tesa, al borde superior de la viga [m].

14. Area de armadura tesa [m<sup>2</sup>].
15. Distancia desde el baricentro de la armadura tesa, al borde superior de la viga [m].
16. Fuerza efectiva de Pretensado [MN].
17. Módulo de elasticidad del hormigón de la viga pretensada [MPa].
18. Módulo de elasticidad del hormigón de la losa colada in situ [MPa].
19. Módulo de elasticidad del acero teso [MPa].
20. Módulo de elasticidad del acero no-teso [MPa].
21. Resistencia a compresión del hormigón de la viga pretesada [MPa].
22. Resistencia a compresión del hormigón de la losa colada in situ [MPa].
23. Tensión de fluencia del acero Teso [MPa].
24. Tensión de fluencia del acero No Teso [MPa].
25. Sobrecarga actuante mínima [MN/m].
26. Sobrecarga actuante máxima [MN/m].
27. Número de ciclos en que se aplica la carga.
28. Tiempo transcurrido [días].
29. Humedad Relativa ambiente [%].

### 6.3.2. ARCHIVO DE RESULTADOS.

Una vez ejecutado el programa, los resultados de interés se almacenan en archivos de salida con extensión “.sal”, los que se generan de acuerdo al siguiente detalle:

**a) PBEAM.sal:** archivo en el cual se encuentran los datos ingresados, como así también todos los valores resultantes, indicados para cada sección de la viga donde se produce una fisura primaria. Es decir que es el más completo de los archivos de salida. Entre los resultados que se obtienen se pueden hallar:

- Deformación por pretensado (contraflecha) [m].
- Grado de Pretensado.
- Momento crítico [MNm].
- Número de orden de la fisura.
- Ubicación de la fisura, se considera la distancia medida desde el apoyo [m].
- Momento producido por la carga exterior (sobrecarga de servicio) [MNm].

- Posición del eje neutro, distancia medida desde la fibra superior de la viga compuesta [m].
- Tensiones finales en:
  - . Fibras: superior e inferior de la losa [MPa].
  - . Fibra superior de la viga pretensada [MPa].
  - . Acero Teso [MPa].
  - . Acero No Teso [MPa].
- Ancho de fisura [m].
- Deformación parcial, en el centro de la luz, sin considerar la contraflecha [m].

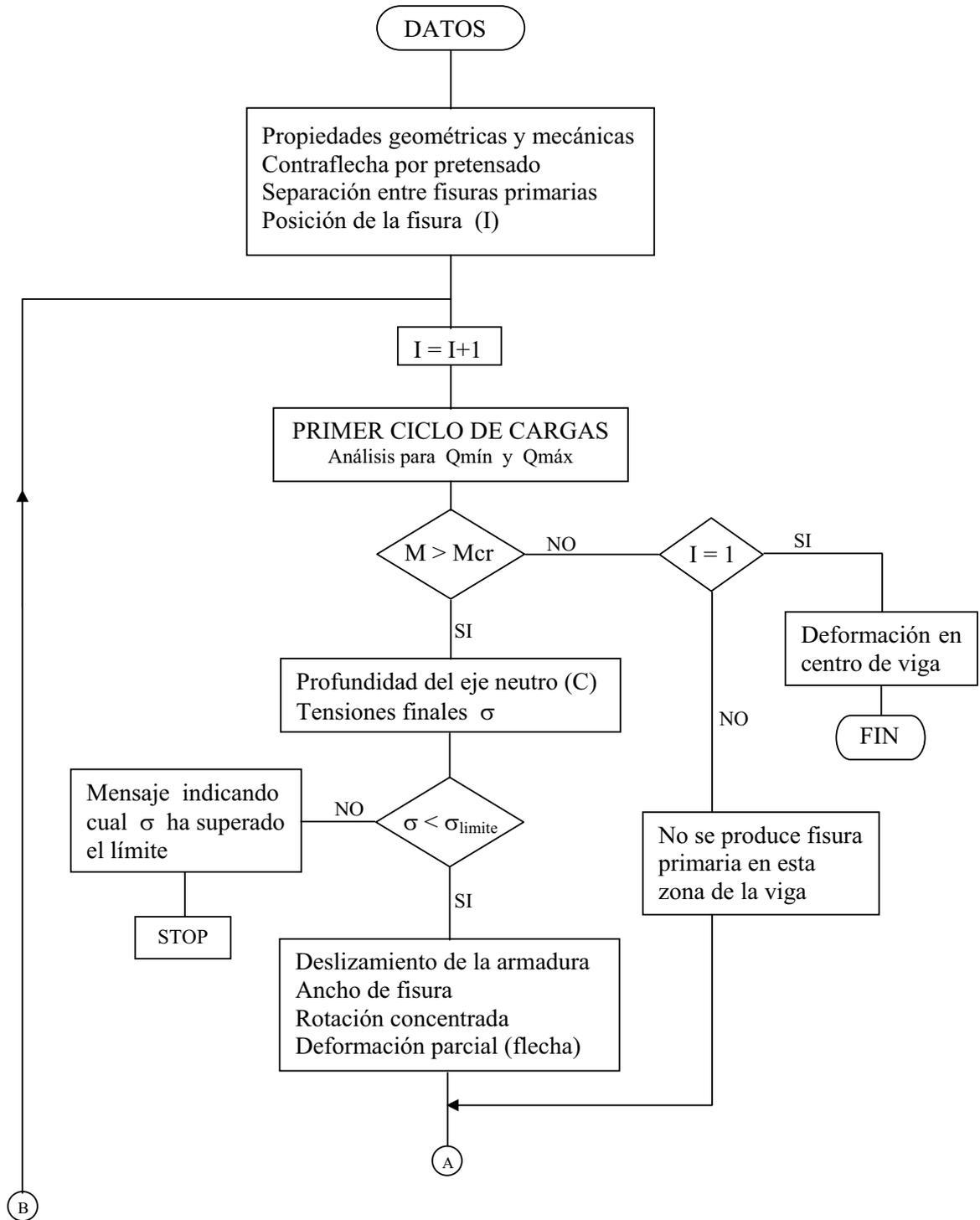
Todos estos resultados se dan para cuando actúan la carga de servicio mínima y la carga de servicio máxima, al producirse  $N$  ciclos de carga.

Al final del listado de resultados presenta el valor definitivo de la deformación final, para el ciclo  $N$ , incluyendo la contraflecha.

b) **PBEAMW**.sal: archivo que presenta el grado de pretensado, y los valores de anchos de fisura que se originan para cada ciclo de cargas  $N$ . Los anchos de fisura están dados para cada sección de la viga donde se tiene previsto, por cálculo, que se puede producir una fisura primaria. Proporciona además el valor de la deformación total en el punto central de la luz de la viga.

c) **PBEAMD**.sal: archivo que presenta los valores de deformaciones parciales en la luz media de la viga, y el valor resultante de la deformación final, para el ciclo  $N$ .

Se presenta a continuación un diagrama de flujo que describe a grandes rasgos el funcionamiento del programa “**PCCBEAM**”, (figura 6.6).



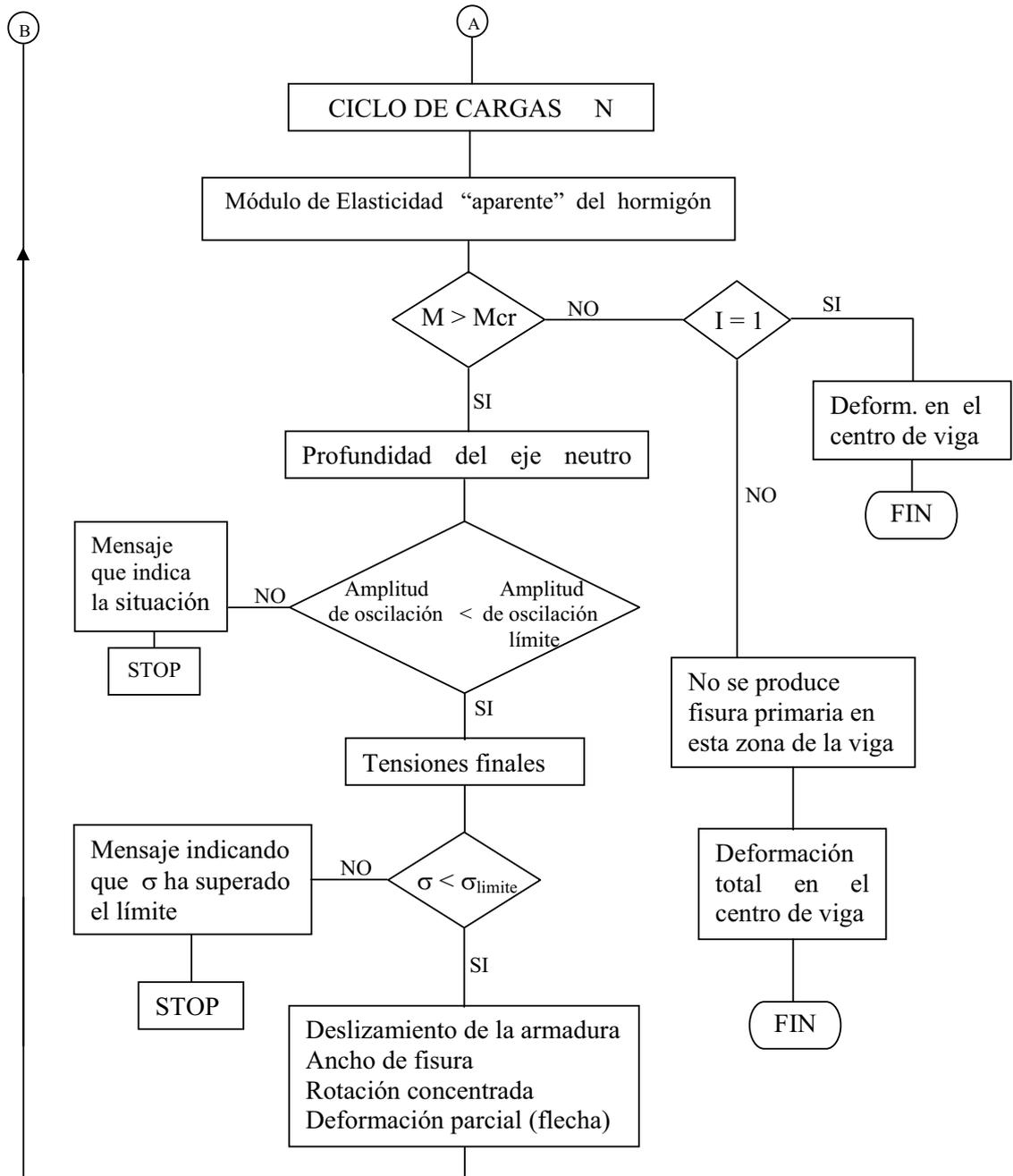


Figura 6.6: Diagrama de Flujo correspondiente al modelo propuesto "PCCBEAM"

#### 6.4. APLICACIÓN DEL MODELO.

Es importante mencionar aquí que los resultados, con los que se efectúa la comparación con los valores experimentales disponibles, como así también con aquellos que se realiza el estudio numérico de los ejemplos que se presentan en el apartado 6.5, fueron obtenidos mediante:

1. El modelo computacional propuesto, y descrito previamente en este capítulo, que incorpora el “modelo adherencia-deslizamiento” de Harajli-Naaman sin modificaciones. Al programa computacional que lo incluye se lo denomina BEAMH&N.

Los anchos de fisura obtenidos al ejecutar el modelo propuesto, indicado en (1), resultan ser muy inferiores a los del ensayo, tal como se puede observar en las Tablas 6.II, 6.III, y 6.IV. Esa diferencia en los resultados se debe, posiblemente, a que el modelo de “adherencia deslizamiento” incluido, ha sido planteado y probado para vigas que incorporan tanto acero teso, como no teso convencional y no para casos como el de la viga, cuyos resultados de ensayo se disponen, que posee solamente trenzas de acero teso. Es sabido que los aceros convencionales en general presentan superficies conformadas, que posibilitan una mejor transferencia de tensiones al hormigón que las superficies suaves de los aceros de pretensado y por ello los primeros logran una mayor uniformidad en el cuadro de fisuración y fisuras más pequeñas que los últimos.

Por lo expuesto, se propone efectuar una modificación a la ecuación (6.35) correspondiente a la determinación del coeficiente de deslizamiento bajo carga de fatiga, con la cual la mencionada ecuación adoptaría la forma:

$$k_N = \frac{k}{\left(t^{0.107} + 3.5 \cdot N^{0.107}\right)} \quad (6.36)$$

Los resultados correspondientes a los anchos de fisura que surgen de aplicar el modelo propuesto, con la mencionada modificación (ec. 6.36), se aproximan bastante bien con los resultados experimentales. Esto dio origen al modelo que se indica a continuación en (2).

2. El modelo computacional propuesto, a través del programa PCCBEAM, descrito previamente en este capítulo, incluyendo la modificación de uno de los coeficientes de origen experimental en la expresión del coeficiente de deslizamiento bajo carga de fatiga, de acuerdo a lo explicado en el punto (1).

Los mencionados modelos computacionales, se emplean para efectuar el análisis de una viga cuyos resultados experimentales y su descripción, se encuentran en el trabajo efectuado por Pérez y otros (1995). Esta viga tenía, al comienzo del ensayo, cuatro años de edad y estaba sometida a una fuerza de tesado de 0.3038MN.

En todos los casos el ancho de fisura se calculó a nivel de la capa inferior de armaduras. Es por ello que al ancho de fisura calculado en el baricentro de la armadura se lo multiplica por la relación indicada en la ec. (4.45) para obtener, de esta forma, el valor equivalente al nivel de la capa inferior de armaduras.

#### **6.4.1. CARACTERÍSTICAS DE LA VIGA ANALIZADA.**

- **Características geométricas:**

La parte pretensada de la viga estaba formada por una sección doble T, doblemente simétrica, de 0.40m de altura, 0.10m de espesor de alma, 0.40m de ancho de ala y 0.10m de espesor para ambas alas.

El tablero incorporado a la viga consistía en una capa de hormigón de 0.10m de altura y 0.40m de ancho, colada sobre la viga pretensada.

La viga tenía una longitud total de 10.00m, mientras que la luz entre apoyos era de 9.50m.

Un esquema de la sección descrita se puede observar en la figura 6.7.

La viga tenía como armadura de flexión 32 trenzas pretensadas, con el centro de gravedad ubicado a 0.07m de la fibra inferior. Cada trenza estaba formada por tres alambres de alta resistencia de 2.4mm de diámetro cada uno, totalizando un área de 4.34cm<sup>2</sup>.

La armadura transversal consistía en estribos cerrados de 8mm de diámetro, con separación variable desde 0.20m en la zona central, hasta 0.05m en los extremos. Estos estribos sobresalían 0.05m de la cara superior de la viga, y quedaron inmersos en la capa superior de hormigón no tesado, para asegurar el trabajo en conjunto.

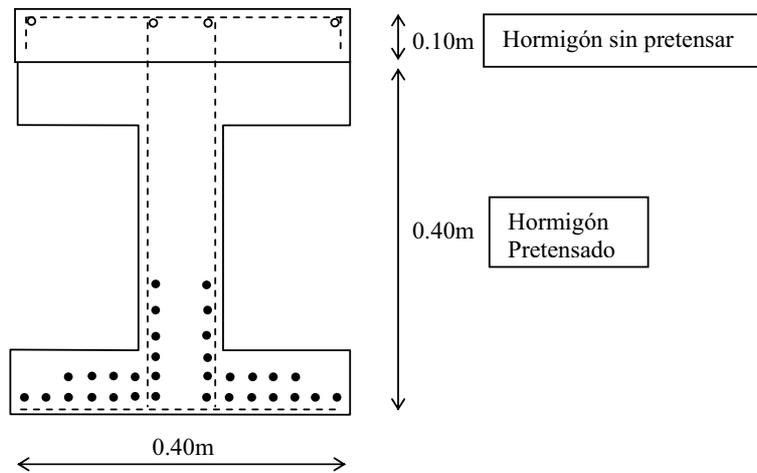


Figura 6.7: Dimensiones generales de la sección de la viga.  
Esquema de disposición de armaduras

La capa superior de hormigón no teso tenía como armadura longitudinal dos barras de 10mm de diámetro y dos barras de 6mm de diámetro; y estribos transversales abiertos de dos ramas de 10mm de diámetro.

- **Características del material:**

- **Hormigón de viga pretesada:** Resistencia característica a los 28 días: 30MPa.

Resistencia al momento del ensayo: 35MPa.

Módulo de elasticidad: 36.000MPa.

- **Hormigón de losa:** Resistencia característica a los 28 días: 29MPa.

Resistencia al momento del ensayo: 35MPa.

Módulo de elasticidad: 34.500MPa.

- **Aceros:**

- Armadura tesa: Tensión de rotura 1820MPa

Tensión convencional de fluencia: 1.600MPa

Módulo de Elasticidad:  $2.05 \times 10^5$  MPa

- Armadura transversal: Tensión de rotura: 540MPa

Tensión de fluencia: 460MPa

Módulo de Elasticidad:  $2.1 \times 10^5$  MPa.

## 6.4.2. RESULTADOS.

Aquí se comparan los anchos de fisuras y las deformaciones (flechas) que resultan de aplicar directamente los modelos que se indicaron al comienzo del apartado 6.4, con valores experimentales obtenidos por Pérez (1995).

### 6.4.2.1. Resultados de anchos de fisura (Wfis).

Se efectúa a continuación el análisis para la sección central y para otras dos secciones de la viga en las que se producen fisuras primarias, y de las cuales se dispone de los respectivos resultados experimentales.

Los valores de anchos de fisura, obtenidos durante la aplicación de la carga repetitiva, se encuentran en las Tablas 6.II, 6.III, 6.IV y 6.V. Mientras que se hallan representados gráficamente en las figuras 6.8, 6.9 y 6.10. En ambas representaciones se los identifica mediante:

- (\*) valores experimentales
- (\*\*) valores que resultan de la ejecución de BEAMH&N y que también se identificará como propuesta 1.
- (\*\*\*) valores que resultan de la ejecución de PCCBEAM y que también se identificará como propuesta 2.

La primera columna de las tablas indica el número de repeticiones de carga correspondiente, variando desde 1 hasta 5.000.000. La segunda muestra el ancho de fisura obtenido experimentalmente por Pérez (1995). La tercera y quinta columna presentan el ancho de fisura calculado empleando los modelos programados en BEAMH&N (propuesta 1) y PCCBEAM (propuesta 2) respectivamente, mientras que en la cuarta y sexta columna se puede observar el error porcentual en la estimación del ancho de fisura calculado respecto al valor experimental.

a) Resultados de anchos de fisura en la sección central de la viga.

Tabla 6.II: Comparación de resultados de anchos de fisura. Comportamiento en servicio.

Ciclo Nro.	W <sub>fis</sub> exp. (*) Pérez (1995) [mm]	BEAMH&N		PCCBEAM	
		W <sub>fis</sub> (**) [mm]	$\frac{W_{exp}-W_{calc}}{W_{exp}} \cdot 100$	W <sub>fis</sub> (***) [mm]	$\frac{W_{exp}-W_{calc}}{W_{exp}} \cdot 100$
1	0.070	0.04186	40.2	0.05620	19.7
1 . 10 <sup>3</sup>	0.083	0.04967	40.2	0.06558	21.0
1 . 10 <sup>4</sup>	0.084	0.05359	36.2	0.06913	17.7
1 . 10 <sup>5</sup>	0.086	0.06314	26.6	0.07755	9.8
1 . 10 <sup>6</sup>	0.087	0.07516	13.6	0.08821	-1.4
5 . 10 <sup>6</sup>	0.095	0.08305	12.6	0.09538	-0.4

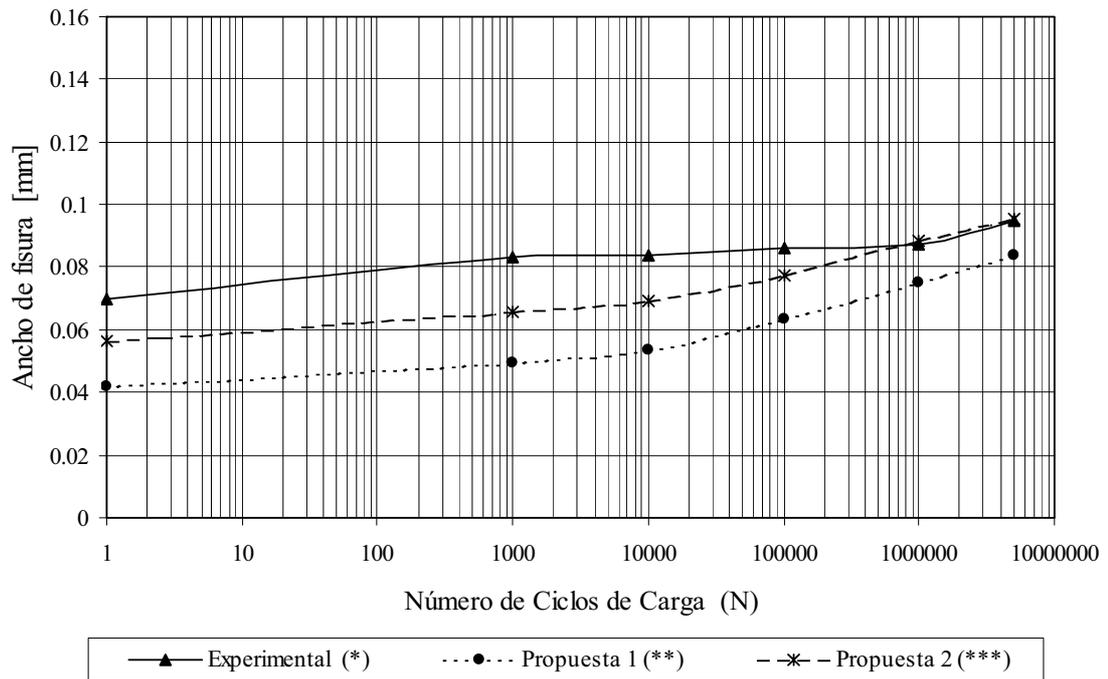


Figura 6.8: Comportamiento en servicio. Gráfico: Ancho de fisura – Número de ciclos de carga. Para una fisura primaria ubicada en la sección central del tramo.

En la siguiente tabla se indican los resultados obtenidos precedentemente, junto con aquellos que surgen de aplicar la expresión dada por CEB-FIP, la cual se puede encontrar en la Tabla 4.III de esta tesis.

Dicha ecuación, que estima el ancho máximo de fisura en vigas parcialmente pretensadas sometidas a la acción de carga dinámica, es de la forma:

$$W_{\text{máx}} = \sigma_s \cdot 10^{-3} \quad (6.37)$$

donde:

$W_{\text{máx}}$  : ancho máximo de fisura [mm].

$\sigma_s$  : tensión de tracción en el acero no tesado [N/mm<sup>2</sup>]. Se obtiene mediante PCCBEAM en un paso previo a la determinación del deslizamiento y de las rotaciones concentradas.

Tabla 6.III: Anchos de fisura en función del número de ciclos de carga.

Ciclo Nro.	Ancho de fisura (mm) $W_{\text{fis}}$		
	Experimental	PCCBEAM	CEB-FIP
1	0.070	0.05620	0.06912
$1 \cdot 10^3$	0.083	0.06558	0.07150
$1 \cdot 10^4$	0.084	0.06913	0.07318
$1 \cdot 10^5$	0.086	0.07755	0.07967
$1 \cdot 10^6$	0.087	0.08821	0.08857
$5 \cdot 10^6$	0.095	0.09538	0.09471

#### b) Resultados de anchos de fisura en otras secciones de la viga.

Debido a que el modelo implementado computacionalmente incluye no sólo el análisis de la sección central, sino también de todas las secciones de la viga en las que pueden producirse fisuras primarias; y que además se dispone de los resultados de anchos de fisura experimentales de otras secciones de la misma viga, se presentan aquí los resultados de anchos de fisura para el caso de dos fisuras producidas a distancias “x”, comparables, medidas desde el centro de la luz de la viga hacia los extremos.

- La fisura (A) que se produce a  $x = 1.49\text{m}$ , según el resultado del ensayo experimental (Pérez 1995) se compara con la fisura ubicada a  $x = 1.5159\text{m}$  de acuerdo al resultado del modelo (propuesta 1 y propuesta 2). Tabla 6.IV y figura 6.9.

- La fisura (B) que se produce a  $x = 1.80m$ , según el resultado del ensayo experimental (Pérez 1995) se compara con la fisura ubicada a  $x = 1.7325m$  de acuerdo al resultado del modelo (propuesta 1 y propuesta 2). Tabla 6.V y figura 6.10.

Tabla 6.IV: Comparación de resultados de anchos de fisura. Fisura (A)

Ciclo Nro.	$W_{fis\ exp. (*)}$ Pérez (1995) [mm]	BEAMH&N		PCCBEAM	
		$W_{fis} (**)$ [mm]	$\frac{W_{exp} - W_{calc}}{W_{exp}} \cdot 100$	$W_{fis} (***)$ [mm]	$\frac{W_{exp} - W_{calc}}{W_{exp}} \cdot 100$
$1 \cdot 10^3$	0.060	0.03774	37.1	0.04927	17.9
$1 \cdot 10^4$	0.065	0.04083	37.2	0.05206	19.9
$1 \cdot 10^5$	0.065	0.04865	25.2	0.05905	9.1
$1 \cdot 10^6$	0.070	0.05884	15.9	0.06826	2.5
$5 \cdot 10^6$	0.074	0.06558	11.4	0.07450	-0.7

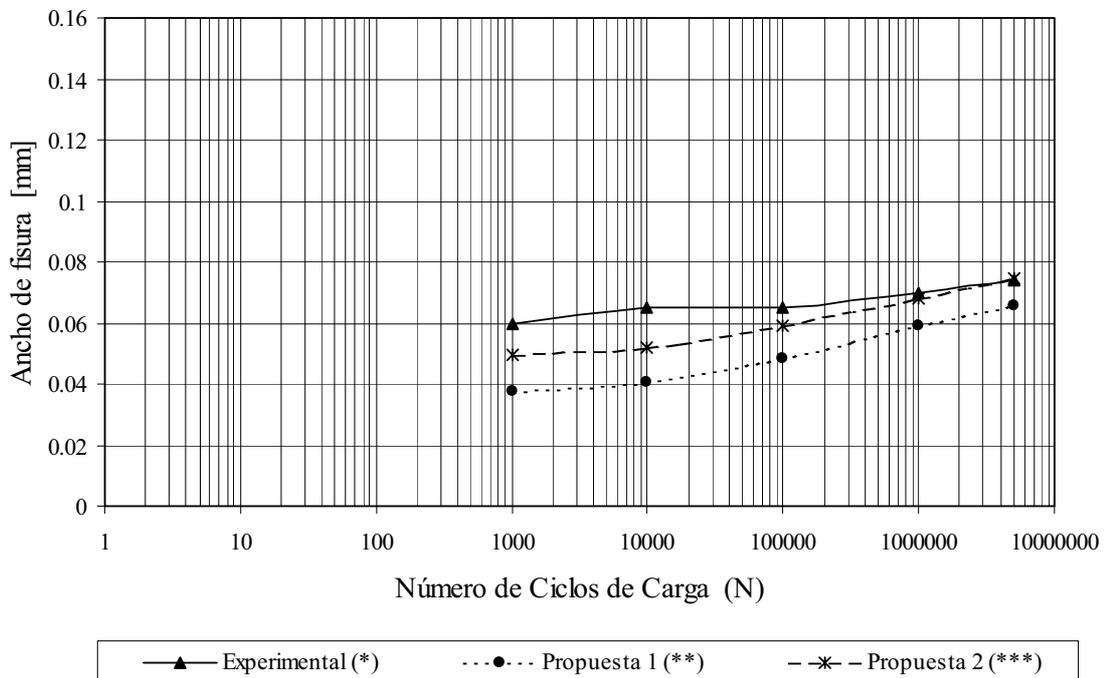


Figura 6.9: Comportamiento en servicio. Gráfico: Ancho de fisura – Número de ciclos de carga. Para una fisura primaria ubicada a una distancia de 1.49m del centro del tramo.

Tabla 6.V: Comparación de resultados de anchos de fisura. Fisura (B)

Ciclo Nro.	W <sub>fis exp.</sub> (*) Pérez (1995) [mm]	BEAMH&N		PCCBEAM	
		W <sub>fis</sub> (**) [mm]	$\frac{W_{exp}-W_{calc}}{W_{exp}} \cdot 100$	W <sub>fis</sub> (***) [mm]	$\frac{W_{exp}-W_{calc}}{W_{exp}} \cdot 100$
1 . 10 <sup>3</sup>	0.060	0.03357	44.0	0.04376	27.1
1 . 10 <sup>4</sup>	0.063	0.03643	42.2	0.04636	26.4
1 . 10 <sup>5</sup>	0.063	0.04363	30.7	0.05282	16.2
1 . 10 <sup>6</sup>	0.065	0.05311	18.3	0.06144	5.5
5 . 10 <sup>6</sup>	0.066	0.05941	10.0	0.06729	-2.0

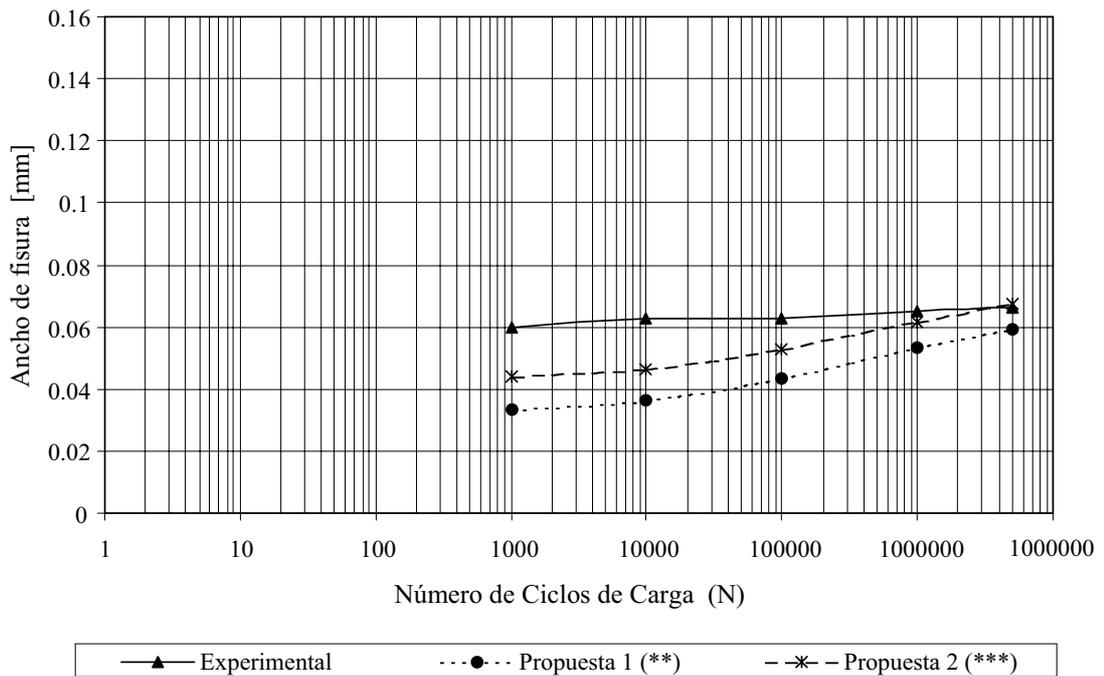


Figura 6.10: Comportamiento en servicio. Gráfico: Ancho de fisura – Número de ciclos de carga. Para una fisura primaria ubicada a una distancia de 1.80m del centro del tramo.

**c) Análisis de los resultados obtenidos.**

Aquí se comparan los anchos de fisuras experimentales y teóricos considerando el comportamiento en servicio, es decir al aplicar en forma repetitiva una carga que produce el momento flector de servicio, hasta alcanzar los 5.000.000 de ciclos previstos para su vida útil.

De acuerdo con los resultados obtenidos y considerando que los valores experimentales correspondientes al ensayo de una sola muestra (viga compuesta), tal como lo representan los datos que se disponen para este estudio, no son definitivos para la propuesta y validación de un nuevo modelo, se puede establecer lo siguiente:

El modelo propuesto para la determinación del deslizamiento y anchos de fisura muestra validez en el caso analizado, pero proporciona resultados inferiores a los experimentales, esta discrepancia se manifiesta más notablemente para números de ciclos de carga inferiores a los 100.000, llegando a ser del orden del 21%.

Estas diferencias de resultados pueden estar ocasionadas por las características generales de la viga al momento del ensayo, fundamentalmente estado de conservación, ya que según lo establecido por el autor del ensayo experimental, la misma tenía cuatro años. La viga del ensayo, sólo contenía armadura tesa mientras que para el análisis computacional se incluyó armadura no tesa mínima pues el “modelo adherencia-deslizamiento” de Harajli-Naaman, ha sido planteado y probado en vigas pretensadas simples que incorporan tanto acero teso como no teso convencional. Además, en el ensayo experimental la carga fue aplicada concentrada en dos puntos de la viga separados 3.00m entre sí y equidistantes del centro de la luz de cálculo, mientras que para el modelo computacional se consideró la carga como uniformemente distribuida sobre toda la luz de la viga.

Tal como se indicó en el apartado 6.4, en la segunda propuesta se efectuó una modificación en un coeficiente (experimental) establecido por Harajli-Naaman (1989), con ésta los valores obtenidos para anchos de fisura se aproximaron bastante bien a los resultados experimentales. En los gráficos presentados por los mencionados autores, la curva que identifica a los resultados de su modelo teórico, en la mayoría de los casos, responde a valores inferiores a los aportados experimentalmente.

Se puede observar que entre el 1er. ciclo y los 5.000.000 de ciclos de carga el crecimiento del ancho de fisura máximo, correspondiente a la fisura ubicada en el centro de la viga resulta ser de aproximadamente:

- 35.7% ..... para resultados experimentales.
- 98.4% ..... cuando se aplica BEAMH&N (propuesta 1).
- 69.7% ..... cuando se emplea PCCBEAM (propuesta 2).

Es importante destacar que el error en la predicción del crecimiento es similar al error cometido en la predicción del ancho de fisura inicial. Es decir que si se considera como valor inicial al que surge del ensayo experimental, los valores del crecimiento del ancho de fisura máximo resultan ser:

- 18.6% ..... cuando se aplica BEAMH&N (propuesta 1).
- 36.3% ..... cuando se emplea PCCBEAM (propuesta 2).

Para la misma variación de números de ciclos de carga el crecimiento del ancho de la fisura identificada como (A) que se ubica a 1.49m (resultado experimental) y 1.51m (resultado computacional) es:

- 23.3% ..... para resultados experimentales
- 73.7% ..... para cuando se aplica BEAMH&N (propuesta 1).
- 51.2% ..... para cuando se aplica PCCBEAM (propuesta 2).

Si se considera como inicial el valor experimental, se obtienen los siguientes porcentajes de crecimiento:

- 9.3% ..... para cuando se aplica BEAMH&N (propuesta 1).
- 24.2% ..... para cuando se aplica PCCBEAM (propuesta 2).

Mientras que para el caso de la fisura identificada como (B) que se ubica a 1.80m (resultado experimental) y 1.73m (resultado computacional) el crecimiento del ancho de la misma es:

- 10.0% ..... para resultados experimentales
- 76.9% ..... para cuando se aplica BEAMH&N (propuesta 1).
- 53.7% ..... para cuando se aplica PCCBEAM (propuesta 2).

Si se considera como inicial el valor experimental, se obtienen los siguientes porcentajes de crecimiento:

- 5.3% ..... para cuando se aplica BEAMH&N (propuesta 1).  
12.2% ..... para cuando se aplica PCCBEAM (propuesta 2).

Con estos valores porcentuales se observa que el crecimiento de los anchos de fisura resulta ser superior para ambos modelos de cálculo que para los resultados experimentales que aquí se consideran. Pero, como se ha indicado en este apartado, si se considera para todos los casos como valor inicial el correspondiente al ancho de fisura experimental, se puede observar que el crecimiento del mencionado ancho obtenido mediante la propuesta (2) presenta valores muy próximos a los resultados experimentales.

Por lo expuesto, se advierte la influencia del estado de la viga al momento del ensayo.

Si se comparan los valores de la Tabla 6.III correspondientes a los resultados que surgen de la aplicación de la expresión dada por CEB-FIP para la obtención de anchos de fisura de elementos estructurales parcialmente pretensados, con los experimentales y los obtenidos mediante el modelo propuesto, se puede observar lo siguiente: para números de ciclos de carga de hasta 100.000 se advierte mayor aproximación entre los valores del CEB-FIP y los experimentales, con porcentajes que varían del 1.3% para cuando se produce 1 ciclo de carga, hasta un 14% para 1000 ciclos, las mencionadas aproximaciones se dan por exceso. Mientras que para 5.000.000 de ciclos, la diferencia respecto del resultado experimental es del 0.31% para CEB-FIP en defecto y del 0.4% para PCCBEAM en exceso.

Es importante destacar que si bien la expresión del CEB-FIP parece sencilla de aplicar, resulta complicada a efectos de la determinación de la tensión de tracción en el acero no tesado. Tal como se ha indicado previamente, dicho valor figura entre los resultados que se obtienen mediante el programa PCCBEAM.

#### **6.4.2.2. Resultados de la deformada en el centro de la viga (flecha).**

Los resultados de la flecha en el centro de la viga, obtenidos durante la aplicación de una carga cíclica se presentan en la Tabla 6.V, y se encuentran representados gráficamente en la figura 6.11.

De configuración similar a la establecida para las tablas que presentan los anchos de fisura, la primera columna indica el número de repeticiones de carga correspondiente, variando desde 1 hasta 5.000.000 de ciclos. La segunda muestra el valor de flecha obtenida experimentalmente (Pérez 1995). La tercera y quinta columna presentan la flecha calculada

según BEAMH&N y PCCBEAM respectivamente, mientras que en la cuarta y sexta columna se encuentra el error porcentual de la flecha calculada respecto del valor experimental.

Tabla 6.VI: Comparación de resultados de flecha. Comportamiento en servicio.

Ciclo Nro.	flecha exp. (*) Pérez (1995) [mm]	BEAMH&N		PCCBEAM	
		flecha (**) [mm]	$\frac{f_{exp} - f_{calc}}{f_{exp}} \cdot 100$	flecha (***) [mm]	$\frac{f_{exp} - f_{calc}}{f_{exp}} \cdot 100$
1	13.8	7.726	44.0	8.783	36.4
1 . 10 <sup>3</sup>	14.6	8.184	43.9	9.356	35.9
1 . 10 <sup>4</sup>	14.8	8.399	43.3	9.562	35.4
1 . 10 <sup>5</sup>	15.2	8.846	41.8	9.996	34.2
1 . 10 <sup>6</sup>	15.5	9.485	38.8	10.637	31.4
5 . 10 <sup>6</sup>	16.5	9.965	39.6	11.138	32.5

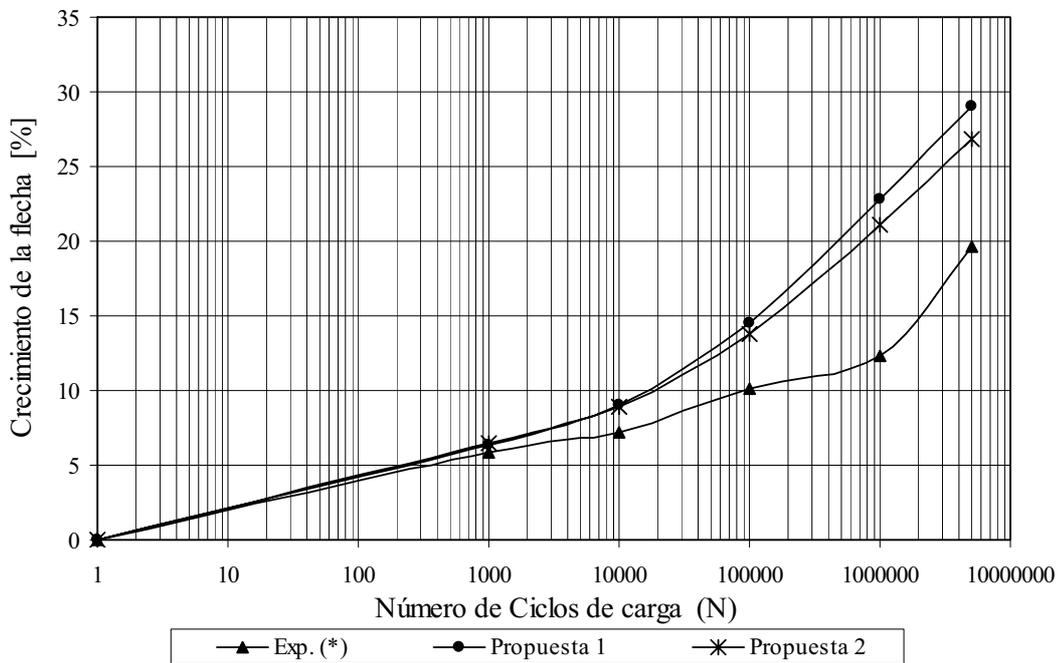


Figura 6.11: Crecimiento de la flecha central en función del número de ciclos de carga

### a) Análisis de los resultados obtenidos.

En general se observan similares características que las indicadas para anchos de fisura; aunque para el caso de la flecha las diferencias resultan muy marcadas, del orden del 32%.

Si bien los valores teóricos calculados resultan inferiores a los valores experimentales, los crecimientos porcentuales de las flechas resultan aproximadamente mayores. Se puede observar que entre 1 ciclo y 5.000.000 de ciclos de carga aplicados a la viga, el crecimiento de la deformación en el centro de la viga (flecha) resulta ser de aproximadamente:

- 20.0% ..... para resultados experimentales
- 29.0% ..... para cuando se aplica BEAMH&N
- 27.0% ..... para cuando se aplica PCCBEAM

De acuerdo con el análisis precedente se pudo establecer que respecto del crecimiento de la flecha los resultados obtenidos, mediante el modelo computacional propuesto (PCCBEAM), se aproximan relativamente bien a los resultados experimentales disponibles, puesto que el error en la estimación del crecimiento de la flecha luego de producidos 5.000.000 de ciclos de carga es del 7%. Esto significa que la corrección efectuada al coeficiente experimental de la ecuación (6.35), y que se indica en la ecuación (6.36) resulta adecuada, ya que permite mejorar el ajuste desde un 9% a un 7% en la estimación del comportamiento de vigas compuestas de hormigón pretensado.

Las diferencias en los resultados, y la aproximación en el crecimiento de los mismos, pueden estar influenciados por las características generales de la viga al momento del ensayo, su estado conservación, y la presencia de deformaciones previas.

## 6.5. EJEMPLOS DE APLICACIÓN DEL MODELO PARA ESTIMAR ANCHOS DE FISURA Y FLECHA.

Empleando el programa computacional PCCBEAM, se presentan a continuación una serie de ejemplos numéricos con el objetivo de estudiar la variación de anchos de fisura y flecha en cuatro vigas compuestas de hormigón pretensado, de sección transversal I.

En primer lugar se estudia una viga de 10.00m de luz, y posteriormente vigas de 15.00m, 20.00m y 25.00m de luz, sucesivamente.

El análisis se efectúa para comportamiento en servicio, cuando se aplica en forma repetitiva una carga que produce el momento flector de servicio, hasta alcanzar los 5.000.000 de ciclos.

Para cada uno de los casos que se analizan aquí, la nomenclatura que identifica las características geométricas de la sección de las vigas, se presenta esquemáticamente en la figura 6.12.

Para las vigas analizadas se emplean hormigones, aceros teso y no teso de iguales propiedades que los de la viga descrita en el apartado 6.4.1.

Se emplean diferentes combinaciones de armadura tesa y no tesa, y se modifica el valor de la fuerza efectiva de pretensado, con la finalidad de obtener diferentes grados de pretensado, los que toman valores iguales a: 0.8, 0.7, 0.6, y 0.5.

A efectos de evaluar los fenómenos tiempo-dependientes incluidos en el modelo se considera un valor de humedad relativa ambiente de 60%.

Se estima que para el caso de un puente carretero, se pueden producir 60 ciclos de carga por hora.

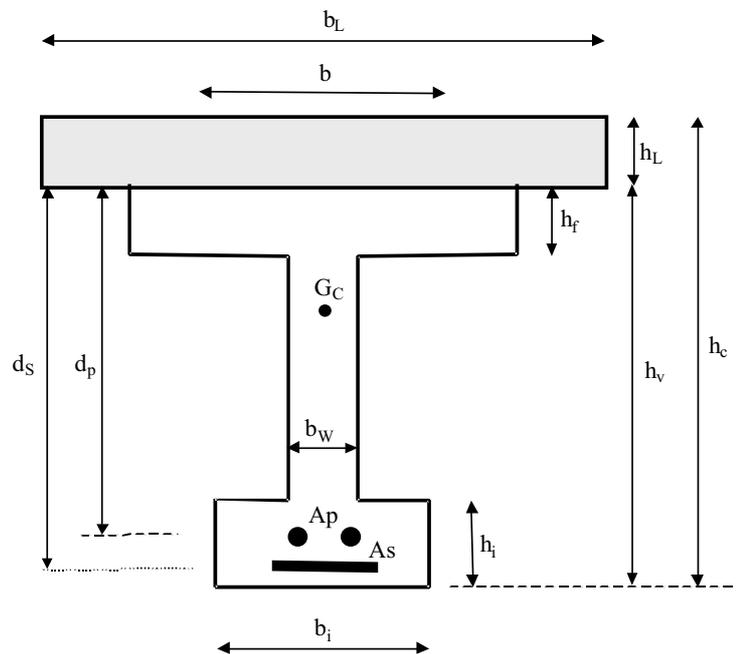


Figura 6.12: esquema de la sección transversal de la viga compuesta

Los resultados de ancho de fisura y flecha, obtenidos al analizar las vigas compuestas se presentan en forma de Tablas y de Gráficos de acuerdo al siguiente detalle:

En las Tablas 6.VII, 6.VIII, 6.IX y 6.X se presentan los resultados correspondientes a anchos de fisura y flecha para cada una de las vigas analizadas, en función del grado de pretensado y del número de ciclos de carga.

En las Figuras 6.13, 6.15, 6.17, y 6.19 se encuentran, para cada una de las vigas compuestas, los gráficos que representan la variación del ancho de fisura, expresado en [mm], en función del número de ciclos de carga.

En las Figuras 6.14, 6.16, 6.18, y 6.20 se encuentran, para cada una de las vigas compuestas, los gráficos que representan la variación de la flecha, expresada en [mm], en función del número de ciclos de carga.

En la Tabla 6.XI se presenta la variación de los anchos de fisura primaria en la semi-longitud de la viga de 25.00m de luz obtenidos mediante PCCBEAM, mientras que en la Tabla 6.XI y para la misma viga, se encuentran los anchos de fisura y flechas que se producen cuando se reduce el número de ciclos de carga por hora.

Es importante indicar aquí la nomenclatura empleada para identificar cada una de las curvas representativas de anchos de fisura o flecha, en función del grado de pretensado. Para esto se ha adoptado lo siguiente:

-  $G_{Pe}=0.8$ ,  $G_{Pe}=0.7$ ,  $G_{Pe}=0.6$ , y  $G_{Pe}=0.5$  corresponden al grado de pretensado y los resultados, asignados a las curvas por ellos representadas, fueron obtenidos al ejecutar el modelo propuesto, es decir con el programa "PCCBEAM.for".

En el apartado 6.5.5. se efectúa la comparación entre los anchos de fisura obtenidos mediante el programa PCCBEAM y los que surgen del empleo de la ec. (6.37), expresión dada por CEB-FIP para el caso de elementos estructurales de hormigón parcialmente pretensado sometidos a la acción de carga dinámica.

En el apartado 6.5.7. se presentan los resultados que se obtienen, cuando se produce un incremento porcentual de la carga máxima considerada, para cada una de las vigas de los ejemplos de los apartados 6.5.1. a 6.5.4. a partir de los datos suministrados para un grado de pretensado  $G_{Pe} = 0.8$ .

Para todos los casos considerados y analizados, se establecen los siguientes valores límite: Ancho de fisura  $\leq 0.20\text{mm}$  - Flecha  $\leq [(luz \text{ de cálculo}) / 1300]\text{mm}$

**6.5.1. EJEMPLO DE APLICACIÓN Nro. 1:** Viga de 10.00m de luz.Datos:

$$h_v = 0.70\text{m} \quad ; \quad b_w = 0.15\text{m} \quad ; \quad h_L = 0.10\text{m} \quad ; \quad b_L = 1.00\text{m}$$

$$b = 1.00\text{m} \quad ; \quad h_f = 0.10\text{m} \quad ; \quad b_i = 0.40\text{m} \quad ; \quad h_i = 0.15\text{m}$$

$$d_s = 0.67\text{m} \quad ; \quad d_p = 0.60\text{m}$$

$$q_{\min} = 0.003\text{MN/m} \quad - \quad q_{\max} = 0.020\text{MN/m}$$

$$GPe = 0.8 \dots\dots\dots A_S = 3.92 \cdot 10^{-4}\text{m}^2 \quad ; \quad A_p = 9.29 \cdot 10^{-4}\text{m}^2 \quad ; \quad Pe = 0.565\text{MN}$$

$$GPe = 0.7 \dots\dots\dots A_S = 3.92 \cdot 10^{-4}\text{m}^2 \quad ; \quad A_p = 9.29 \cdot 10^{-4}\text{m}^2 \quad ; \quad Pe = 0.515\text{MN}$$

$$GPe = 0.6 \dots\dots\dots A_S = 3.92 \cdot 10^{-4}\text{m}^2 \quad ; \quad A_p = 9.29 \cdot 10^{-4}\text{m}^2 \quad ; \quad Pe = 0.461\text{MN}$$

$$GPe = 0.5 \dots\dots\dots A_S = 3.92 \cdot 10^{-4}\text{m}^2 \quad ; \quad A_p = 9.29 \cdot 10^{-4}\text{m}^2 \quad ; \quad Pe = 0.410\text{MN}$$

Tabla: 6.VII : Anchos de fisura y flecha para la viga de luz= 10.00 m.

N Ciclos	GPe	Ancho de Fisura (mm)	Flecha (mm)	Crecimiento de la flecha luego de aplicados $5 \cdot 10^6$ Ciclos de Carga [%]
1	0.8	0.018	4.516	
	0.7	0.042	4.876	
	0.6	0.074	5.558	
	0.5	0.112	6.512	
$1 \cdot 10^3$	0.8	0.026	4.784	
	0.7	0.055	5.379	
	0.6	0.095	6.316	
	0.5	0.138	7.415	
$1 \cdot 10^4$	0.8	0.030	5.027	
	0.7	0.061	5.636	
	0.6	0.103	6.673	
	0.5	0.146	7.838	
$1 \cdot 10^5$	0.8	0.034	5.219	
	0.7	0.066	5.908	
	0.6	0.108	7.095	
	0.5	0.152	8.250	
$1 \cdot 10^6$	0.8	0.037	5.379	
	0.7	0.070	6.142	
	0.6	0.112	7.410	
	0.5	0.155	8.599	
$5 \cdot 10^6$	0.8	0.039	5.463	21
	0.7	0.072	6.279	31
	0.6	0.114	7.594	36
	0.5	0.156	8.983	38

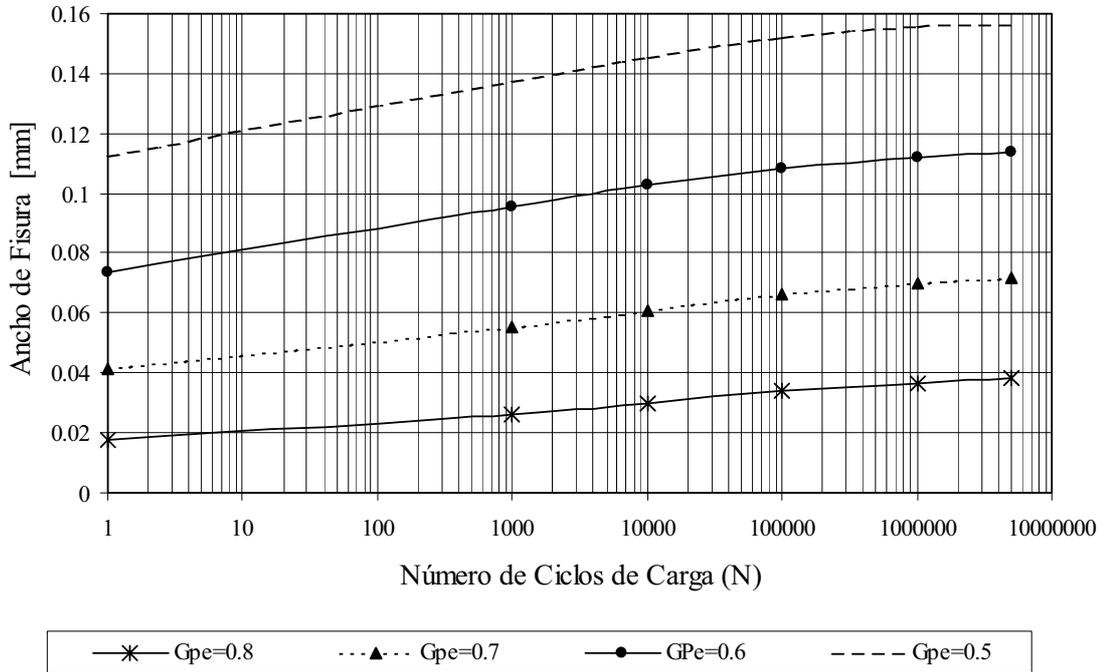


Figura 6.13: Ancho de fisura – Número de ciclos de carga.  
Luz de cálculo = 10.00m. W<sub>máx</sub> permitido = 0.2mm.

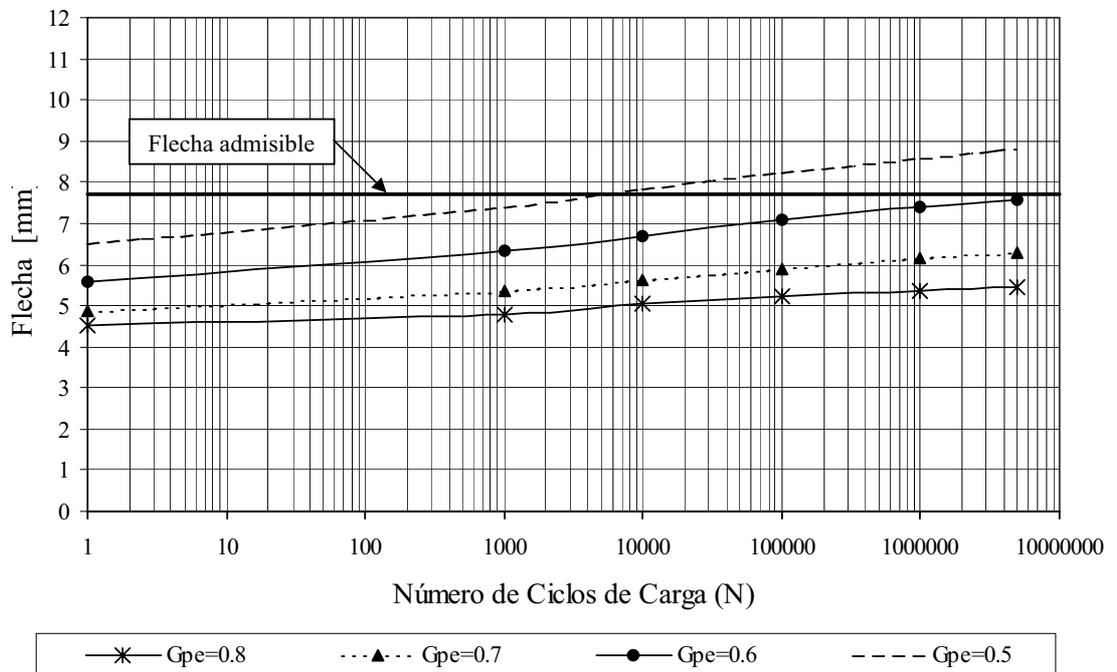


Figura 6.14: Flecha – Número de ciclos de carga.  
Luz de cálculo = 10.00m. Flecha admisible = 7.69mm

**6.5.2. EJEMPLO DE APLICACIÓN Nro. 2:** Viga de 15.00m de luz.

Datos:

$h_v = 1.00m$  ;  $b_w = 0.30m$  ;  $h_L = 0.10m$  ;  $b_L = 1.50m$

$b = 1.30m$  ;  $h_f = 0.15m$  ;  $b_i = 0.80m$  ;  $h_i = 0.20m$

$d_s = 0.95m$  ;  $d_p = 0.85m$

$q_{min} = 0.003MN/m$  -  $q_{max} = 0.023MN/m$

$GPe = 0.8$  .....  $A_S = 5.495 \cdot 10^{-4}m^2$  ;  $A_p = 2.224 \cdot 10^{-3}m^2$  ;  $Pe = 1.500MN$

$GPe = 0.7$  .....  $A_S = 5.495 \cdot 10^{-4}m^2$  ;  $A_p = 2.224 \cdot 10^{-3}m^2$  ;  $Pe = 1.375MN$

$GPe = 0.6$  .....  $A_S = 5.495 \cdot 10^{-4}m^2$  ;  $A_p = 2.224 \cdot 10^{-3}m^2$  ;  $Pe = 1.250MN$

$GPe = 0.5$  .....  $A_S = 5.495 \cdot 10^{-4}m^2$  ;  $A_p = 2.224 \cdot 10^{-3}m^2$  ;  $Pe = 1.150MN$

Tabla: 6.VIII: Anchos de fisura y flecha para la viga de luz = 15.00 m.

N Ciclos	GPe	Ancho de Fisura (mm)	Flecha (mm)	Crecimiento de la flecha luego de aplicados $5.10^6$ Ciclos de Carga [%]
1	0.8	0.006	6.609	
	0.7	0.019	7.264	
	0.6	0.042	8.201	
	0.5	0.068	9.237	
$1.10^3$	0.8	0.010	7.111	
	0.7	0.029	7.827	
	0.6	0.056	9.059	
	0.5	0.085	10.420	
$1.10^4$	0.8	0.013	7.293	
	0.7	0.034	8.111	
	0.6	0.063	9.478	
	0.5	0.092	10.982	
$1.10^5$	0.8	0.016	7.570	
	0.7	0.039	8.388	
	0.6	0.069	9.892	
	0.5	0.097	11.502	
$1.10^6$	0.8	0.018	7.805	
	0.7	0.043	8.659	
	0.6	0.073	10.203	
	0.5	0.101	11.890	
$5.10^6$	0.8	0.020	7.817	18
	0.7	0.045	8.731	20
	0.6	0.076	10.347	26
	0.5	0.103	12.073	31

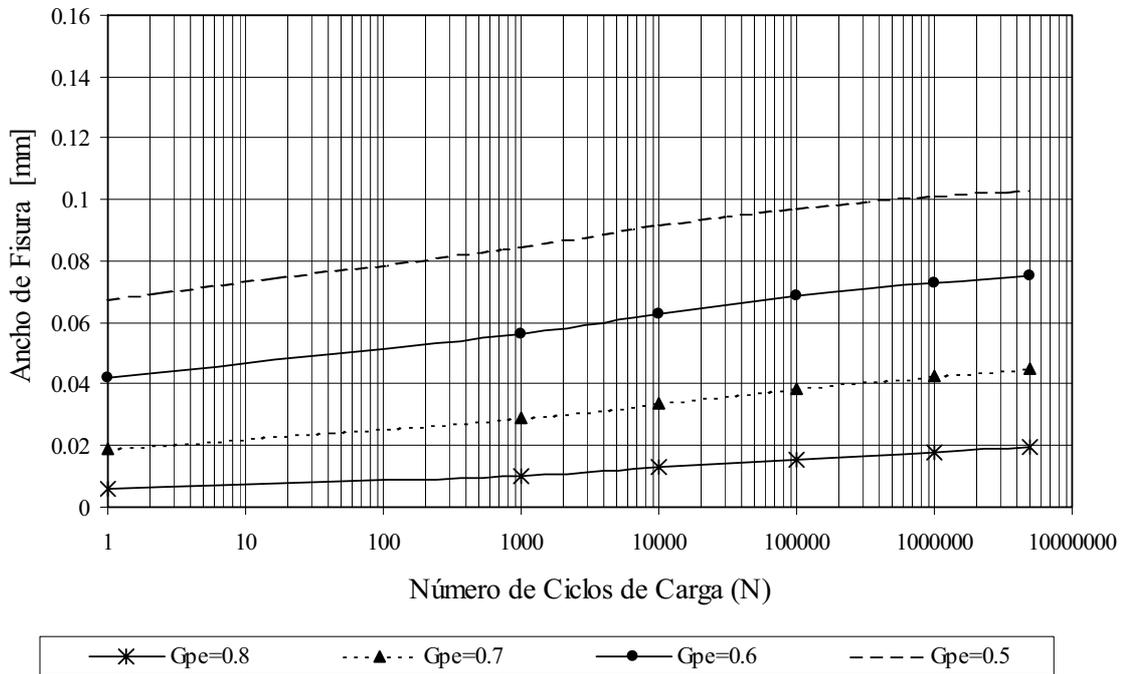


Figura 6.15: Ancho de fisura – Número de ciclos de carga.  
Luz de cálculo = 15.00m.  $W_{m\acute{a}x}$  permitido = 0.2mm

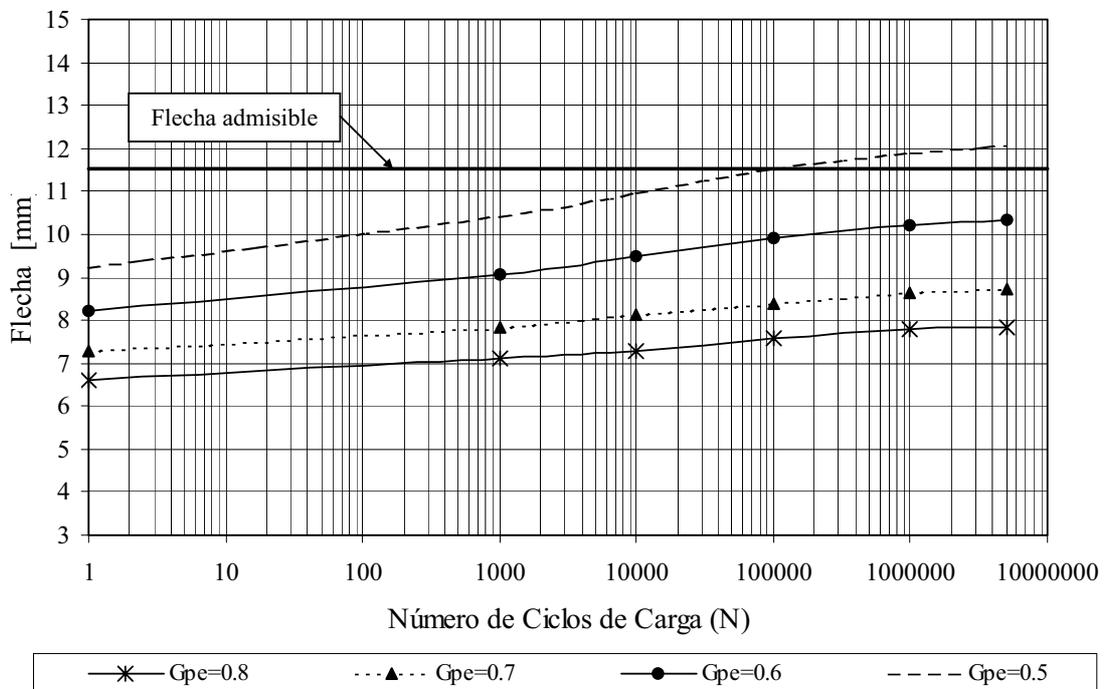


Figura 6.16: Flecha – Número de ciclos de carga.  
Luz de cálculo = 15.00m. Flecha admisible = 11.54mm.

**6.5.3. EJEMPLO DE APLICACIÓN Nro. 3:** Viga de 20.00m de luz.

Datos:

$h_v = 1.30m$  ;  $b_w = 0.25m$  ;  $h_L = 0.10m$  ;  $b_L = 1.30m$

$b = 1.20m$  ;  $h_f = 0.15m$  ;  $b_i = 0.80m$  ;  $h_i = 0.25m$

$d_s = 1.25m$  ;  $d_p = 1.20m$

$q_{min} = 0.005MN/m$  -  $q_{max} = 0.025MN/m$

$GPe = 0.8$  .....  $A_S = 5.495 \cdot 10^{-4}m^2$  ;  $A_p = 3.058 \cdot 10^{-3}m^2$  ;  $Pe = 2.000MN$

$GPe = 0.7$  .....  $A_S = 5.495 \cdot 10^{-4}m^2$  ;  $A_p = 3.058 \cdot 10^{-3}m^2$  ;  $Pe = 1.815MN$

$GPe = 0.6$  .....  $A_S = 2.512 \cdot 10^{-3}m^2$  ;  $A_p = 2.502 \cdot 10^{-3}m^2$  ;  $Pe = 1.675MN$

$GPe = 0.5$  .....  $A_S = 2.512 \cdot 10^{-4}m^2$  ;  $A_p = 2.502 \cdot 10^{-3}m^2$  ;  $Pe = 1.500MN$

Tabla: 6. IX: Anchos de fisura y flecha para la viga de luz = 20.00 m.

N Ciclos	GPe	Ancho de Fisura (mm)	Flecha (mm)	
<b>1</b>	<b>0.8</b>	0.007	11.804	<b>Crecimiento de la flecha luego de aplicados 5.10<sup>6</sup> Ciclos de Carga</b>
	<b>0.7</b>	0.024	12.874	
	<b>0.6</b>	0.051	13.061	
	<b>0.5</b>	0.092	14.355	
<b>1.10<sup>3</sup></b>	<b>0.8</b>	0.012	12.600	
	<b>0.7</b>	0.034	13.973	
	<b>0.6</b>	0.070	14.659	
	<b>0.5</b>	0.112	16.490	
<b>1.10<sup>4</sup></b>	<b>0.8</b>	0.014	13.077	
	<b>0.7</b>	0.039	14.574	
	<b>0.6</b>	0.077	15.600	
	<b>0.5</b>	0.119	17.617	
<b>1.10<sup>5</sup></b>	<b>0.8</b>	0.017	13.613	
	<b>0.7</b>	0.046	15.168	
	<b>0.6</b>	0.084	16.508	
	<b>0.5</b>	0.125	18.704	
<b>1.10<sup>6</sup></b>	<b>0.8</b>	0.019	13.889	
	<b>0.7</b>	0.047	15.740	
	<b>0.6</b>	0.088	17.238	
	<b>0.5</b>	0.129	19.573	
<b>5.10<sup>6</sup></b>	<b>0.8</b>	0.020	14.185	20
	<b>0.7</b>	0.049	15.962	24
	<b>0.6</b>	0.090	17.622	35
	<b>0.5</b>	0.130	20.042	40

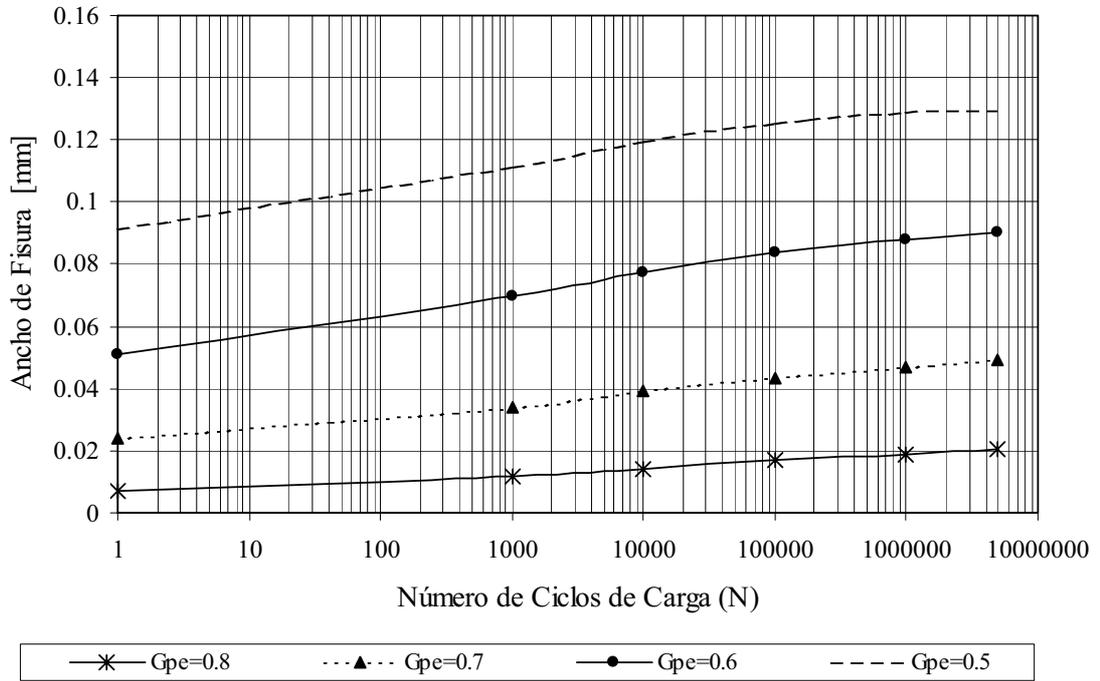


Figura 6.17: Ancho de fisura – Número de ciclos de carga.  
Luz de cálculo = 20.00m.  $W_{m\acute{a}x}$ . permitido = 0.2mm.

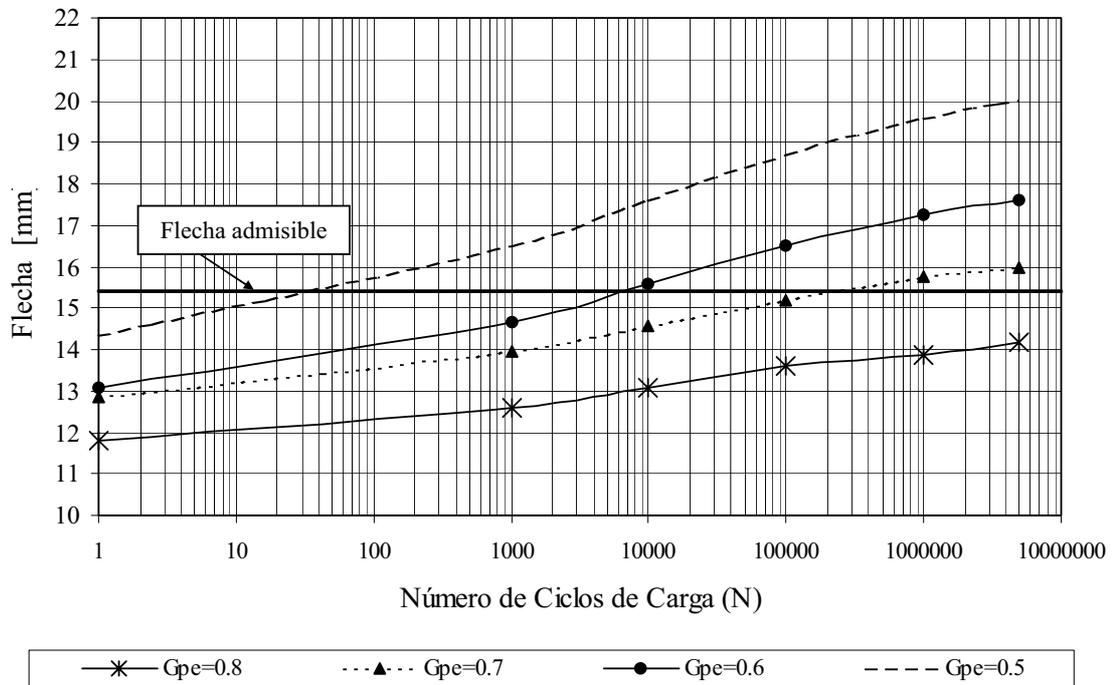


Figura 6.18: Flecha – Número de ciclos de carga.  
Luz de cálculo = 20.00m. Flecha admisible = 15.39mm

**6.5.4. EJEMPLO DE APLICACIÓN Nro. 4:** Viga de 25.00m de luz.Datos:

$$h_v = 1.60\text{m} \quad ; \quad b_w = 0.25\text{m} \quad ; \quad h_L = 0.10\text{m} \quad ; \quad b_L = 1.50\text{m}$$

$$b = 1.50\text{m} \quad ; \quad h_f = 0.15\text{m} \quad ; \quad b_i = 0.80\text{m} \quad ; \quad h_i = 0.30\text{m}$$

$$d_s = 1.54\text{m} \quad ; \quad d_p = 1.45\text{m}$$

$$q_{\min} = 0.005\text{MN/m} \quad - \quad q_{\max} = 0.025\text{MN/m}$$

$$G_{Pe} = 0.8 \dots\dots\dots A_S = 1.96 \cdot 10^{-3}\text{m}^2 \quad ; \quad A_p = 3.336 \cdot 10^{-3}\text{m}^2 \quad ; \quad P_e = 2.96\text{MN}$$

$$G_{Pe} = 0.7 \dots\dots\dots A_S = 1.96 \cdot 10^{-3}\text{m}^2 \quad ; \quad A_p = 3.336 \cdot 10^{-3}\text{m}^2 \quad ; \quad P_e = 2.72\text{MN}$$

$$G_{Pe} = 0.6 \dots\dots\dots A_S = 1.96 \cdot 10^{-3}\text{m}^2 \quad ; \quad A_p = 3.336 \cdot 10^{-3}\text{m}^2 \quad ; \quad P_e = 2.49\text{MN}$$

Tabla: 6.X: Anchos de fisura y flecha para la viga de luz = 25.00 m.

N Ciclos	G <sub>Pe</sub>	Ancho de Fisura (mm)	Flecha (mm)	Crecimiento de la flecha luego de aplicados 5.10 <sup>6</sup> Ciclos de Carga [%]
1	0.8	0.008	16.928	
	0.7	0.029	17.567	
	0.6	0.068	18.373	
1.10 <sup>3</sup>	0.8	0.014	17.818	
	0.7	0.049	18.866	
	0.6	0.099	20.547	
1.10 <sup>4</sup>	0.8	0.018	18.780	
	0.7	0.059	19.477	
	0.6	0.113	21.595	
1.10 <sup>5</sup>	0.8	0.023	19.496	
	0.7	0.069	20.444	
	0.6	0.125	22.793	
1.10 <sup>6</sup>	0.8	0.026	19.818	
	0.7	0.076	21.052	
	0.6	0.134	23.682	
5.10 <sup>6</sup>	0.8	0.029	19.838	17
	0.7	0.081	21.298	21
	0.6	0.139	24.126	31

Al ejecutar el programa PCCBEAM con los datos correspondientes a un grado de pretensado  $G_{Pe} = 0.5$ , el mismo se detiene e indica que el eje neutro supera el límite permitido, es decir se ubica por encima de la unión viga pretensada - losa.

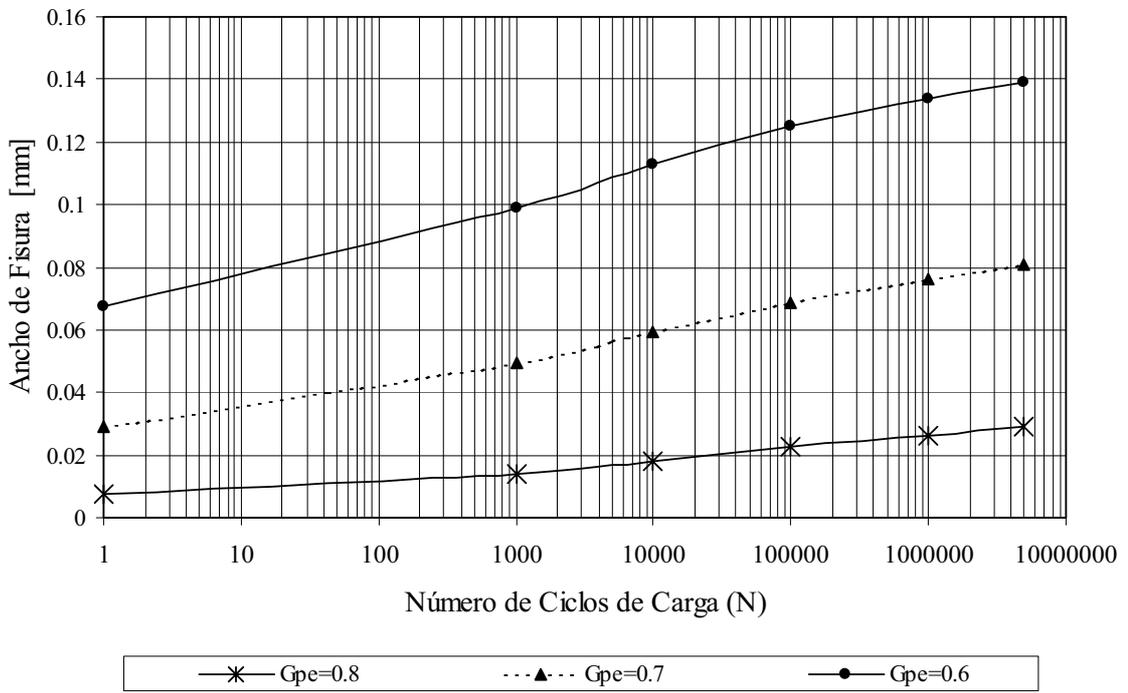


Figura 6.19: Ancho de fisura - Número de ciclos de carga.  
Luz de cálculo = 25.00m. Wmáx. permitido = 0.2mm.

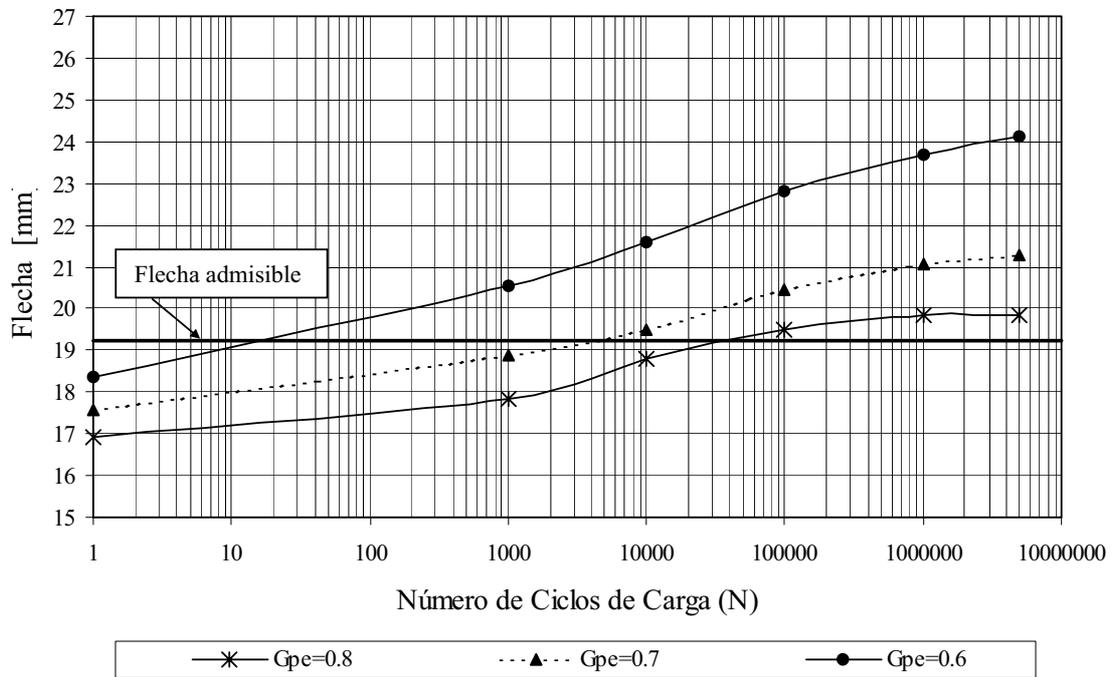


Figura 6.20: Flecha - Número de ciclos de carga.  
Luz de cálculo = 25.00m. Flecha máxima permitida = 19.23mm.

Continuando con el análisis efectuado a la viga de 25.00m de luz, se presenta en la Tabla 6.XI la variación de los anchos de fisura que se producen en la mencionada viga, en función de la distancia a la que están ubicados respecto de la sección central.

Los resultados se obtuvieron al ejecutar sólo el programa computacional con el modelo propuesto PCCBEAM.

Tabla: 6.XI: Variación de Anchos de fisura en la longitud de la viga.

Distancia de la fisura al centro de la viga (m)	Ancho de Fisura (mm)		
	GPe = 0.6	GPe = 0.7	GPe = 0.8
0	0.115	0.070	0.029
0.419	0.115	0.070	0.028
0.838	0.114	0.069	0.027
1.257	0.112	0.067	0.026
1.676	0.109	0.065	0.023
2.095	0.106	0.062	0.020
2.514	0.103	0.059	0.017
2.933	0.099	0.054	0.013
3.352	0.094	0.049	0.010
3.771	0.088	0.044	0.0001
4.190	0.082	0.038	
4.609	0.075	0.031	
5.028	0.067	0.024	
5.447	0.059	0.016	
5.866	0.050	0.009	
6.285	0.040		
6.704	0.030		
7.123	0.020		
7.542	0.010		

También en esta parte adicional del ejemplo 4, correspondiente a la viga de 25.00m de luz, se presenta la variación de los anchos de fisura que se producen en la mencionada viga cuando se modifica el número de ciclos de carga que se producen por hora. Tabla 6.XI.

Todos los casos del apartado 6.5, anteriores, y tal como se ha indicado previamente, se evaluaron considerando que se producen 60 ciclos de carga por hora, mientras que para este ejemplo se modifica dicho valor estimando que se producen 30 ciclos de carga por hora.

Los resultados se obtuvieron con el programa computacional PCCBEAM propuesto, y se presentan en la Tabla 6.XII.

Tabla 6.XII: Anchos de fisura y flecha.

<b>N Ciclos</b>	<b>GPe</b>	<b>Ancho de Fisura (mm)</b>	<b>Flecha (mm)</b>
<b>1</b>	<b>0.8</b>	0.007	16.9
	<b>0.7</b>	0.029	17.6
	<b>0.6</b>	0.068	18.4
<b>1.10<sup>3</sup></b>	<b>0.8</b>	0.015	18.6
	<b>0.7</b>	0.052	19.0
	<b>0.6</b>	0.103	20.8
<b>1.10<sup>4</sup></b>	<b>0.8</b>	0.019	18.9
	<b>0.7</b>	0.062	19.6
	<b>0.6</b>	0.116	21.9
<b>1.10<sup>5</sup></b>	<b>0.8</b>	0.024	19.6
	<b>0.7</b>	0.071	20.6
	<b>0.6</b>	0.127	23.0
<b>1.10<sup>6</sup></b>	<b>0.8</b>	0.027	19.8
	<b>0.7</b>	0.078	21.1
	<b>0.6</b>	0.135	23.7
<b>5.10<sup>6</sup></b>	<b>0.8</b>	0.029	19.8
	<b>0.7</b>	0.082	21.2
	<b>0.6</b>	0.139	24.1

#### 6.5.5. ANCHOS DE FISURA SEGÚN “PCCBEAM” Y LA EXPRESIÓN DEL CEB-FIP.

Se presentan en la Tabla 6.XIII los resultados de anchos de fisura obtenidos mediante el programa PCCBEAM a través de los ejemplos anteriores (apartados 6.5.1. a 6.5.4.) y los que se obtienen de aplicar la expresión (6.37) propuesta por CEB-FIP.

Tabla 6.XIII: Comparación de anchos de fisura.

Grado de Pret. GPe	Nro. de ciclos	Ancho de Fisura (mm)							
		Viga 10.00m de luz		Viga 15.00m de luz		Viga 20.00m de luz		Viga 25.00m de luz	
		PCCB	CEB	PCCB	CEB	PCCB	CEB	PCCB	CEB
<b>0.8</b>	<b>1</b>	0.018	0.023	0.006	0.008	0.007	0.010	0.008	0.005
	<b>1.10<sup>3</sup></b>	0.026	0.028	0.010	0.012	0.012	0.014	0.014	0.008
	<b>1.10<sup>4</sup></b>	0.030	0.032	0.013	0.015	0.014	0.017	0.018	0.009
	<b>1.10<sup>5</sup></b>	0.034	0.035	0.016	0.017	0.017	0.019	0.023	0.011
	<b>1.10<sup>6</sup></b>	0.037	0.038	0.018	0.019	0.019	0.022	0.026	0.012
	<b>5.10<sup>6</sup></b>	0.039	0.040	0.020	0.021	0.020	0.023	0.029	0.013
<b>0.7</b>	<b>1</b>	0.042	0.052	0.019	0.025	0.024	0.034	0.029	0.022
	<b>1.10<sup>3</sup></b>	0.055	0.059	0.029	0.034	0.034	0.043	0.049	0.029
	<b>1.10<sup>4</sup></b>	0.061	0.064	0.034	0.039	0.039	0.048	0.059	0.033
	<b>1.10<sup>5</sup></b>	0.066	0.067	0.039	0.044	0.046	0.052	0.069	0.037
	<b>1.10<sup>6</sup></b>	0.070	0.071	0.043	0.048	0.047	0.057	0.076	0.040
	<b>5.10<sup>6</sup></b>	0.072	0.073	0.045	0.051	0.049	0.059	0.081	0.043
<b>0.6</b>	<b>1</b>	0.074	0.088	0.042	0.058	0.051	0.047	0.068	0.048
	<b>1.10<sup>3</sup></b>	0.095	0.098	0.056	0.068	0.070	0.054	0.099	0.058
	<b>1.10<sup>4</sup></b>	0.103	0.103	0.063	0.075	0.077	0.058	0.113	0.063
	<b>1.10<sup>5</sup></b>	0.108	0.107	0.069	0.080	0.084	0.062	0.125	0.068
	<b>1.10<sup>6</sup></b>	0.112	0.111	0.073	0.085	0.088	0.065	0.134	0.072
	<b>5.10<sup>6</sup></b>	0.114	0.114	0.076	0.088	0.090	0.067	0.139	0.076
<b>0.5</b>	<b>1</b>	0.112	0.124	0.068	0.090	0.092	0.076		
	<b>1.10<sup>3</sup></b>	0.138	0.136	0.085	0.103	0.112	0.083		
	<b>1.10<sup>4</sup></b>	0.146	0.142	0.092	0.107	0.119	0.088		
	<b>1.10<sup>5</sup></b>	0.152	0.146	0.097	0.113	0.125	0.091		
	<b>1.10<sup>6</sup></b>	0.155	0.151	0.101	0.118	0.129	0.095		
	<b>5.10<sup>6</sup></b>	0.156	0.154	0.103	0.122	0.130	0.097		

Se presentan a continuación los gráficos comparativos de los valores, de anchos de fisura en función del número de ciclos de carga, indicados en la Tabla 6.XIII. Los mencionados gráficos se identifican como Figuras: 6.21, 6.22, 6.23 y 6.24

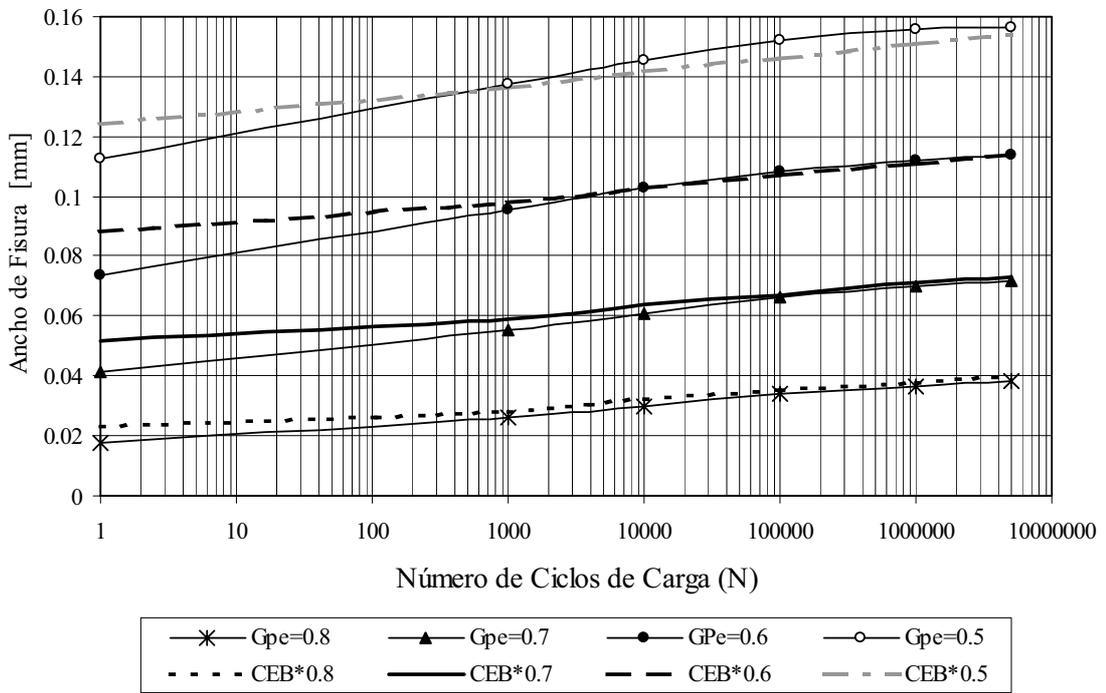


Figura 6.21: Ancho de fisura – Número de ciclos de carga, según PCCBEAM (GPe=) y CEB-FIP. Para luz de cálculo = 10.00m.

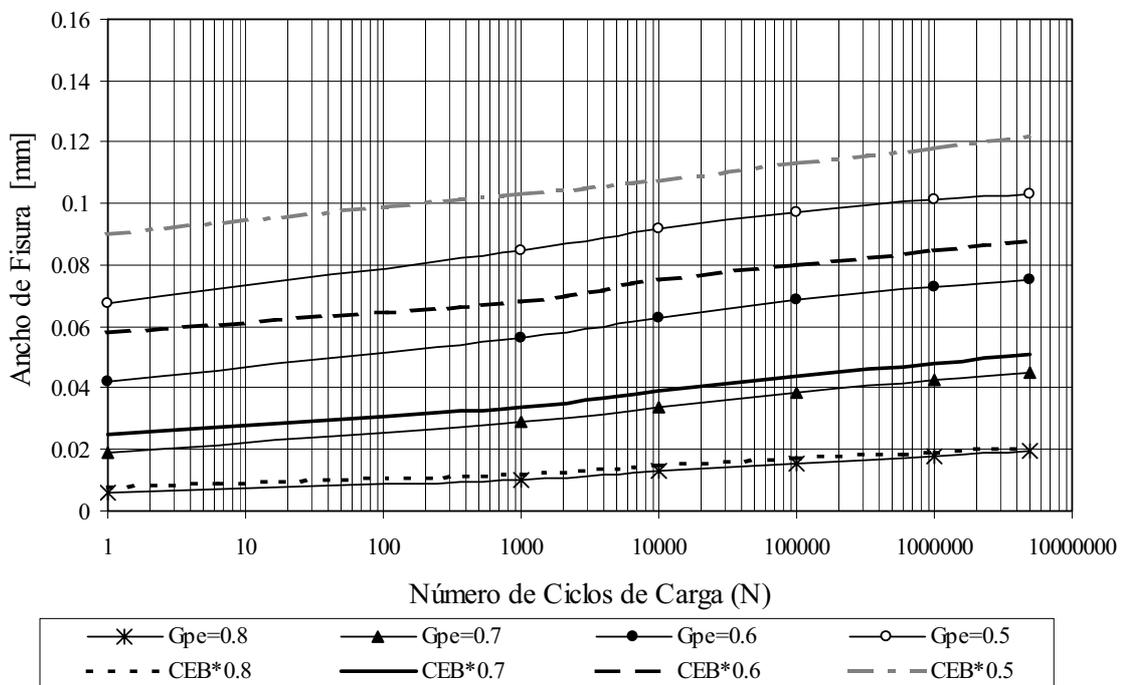


Figura 6.22: Ancho de fisura – Número de ciclos de carga, según PCCBEAM (GPe=) y CEB-FIP. Para luz de cálculo = 15.00m.

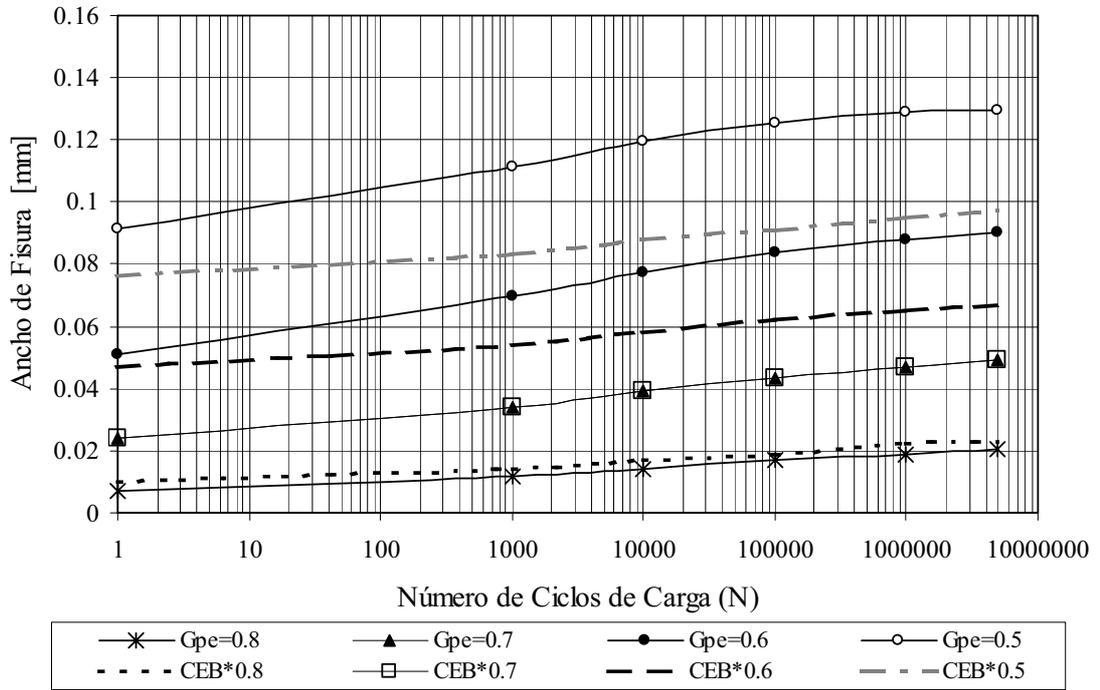


Figura 6.23: Ancho de fisura – Número de ciclos de carga, según PCCBEAM (GPe=) y CEB-FIP. Para luz de cálculo = 20.00m.

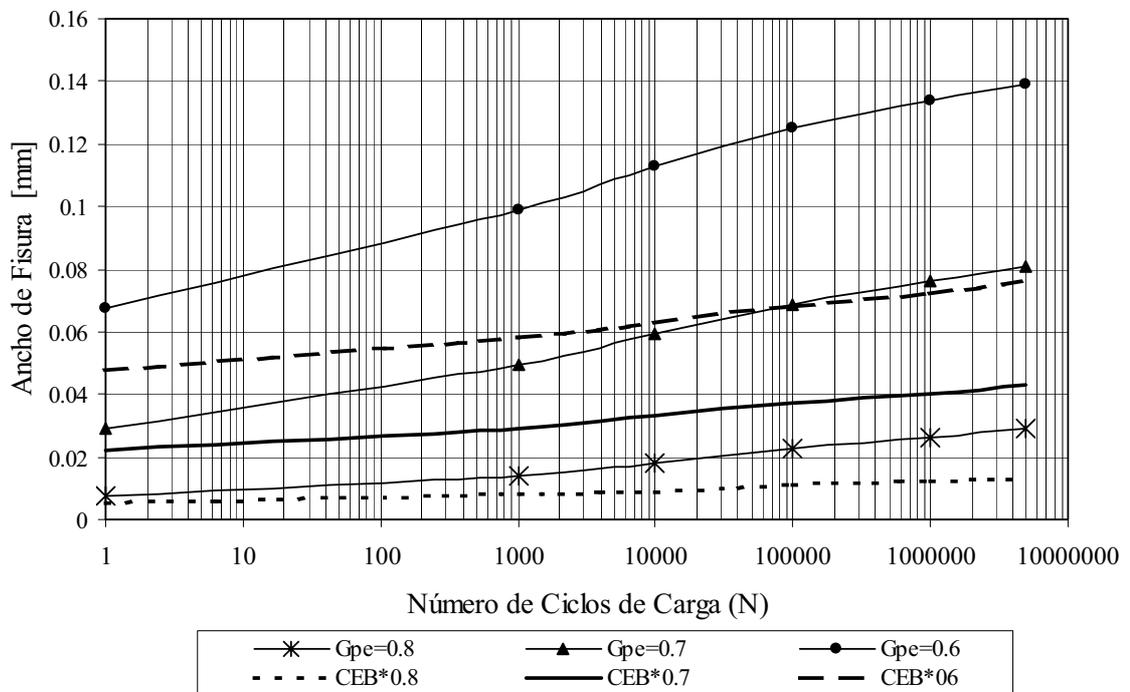


Figura 6.24: Ancho de fisura – Número de ciclos de carga, según PCCBEAM (GPe=) y CEB-FIP. Para luz de cálculo = 25.00m.

### 6.5.6. ANÁLISIS DE LA FLECHA DE UNA VIGA SOMETIDA A LA ACCIÓN DE CARGA CÍCLICA.

En el presente apartado se intenta establecer una expresión práctica y sencilla para estimar los valores de la deformación (flecha) que se produce en el centro de la luz, de una viga compuesta de hormigón pretensado, a partir del valor de la flecha inicial (es decir de la que se obtiene cuando se aplica el 1er. ciclo de carga).

Tomando como base los resultados obtenidos mediante el modelo-programa propuesto "PCCBEAM", se establece la ecuación (6.38) que permite calcular en función del grado de pretensado (GPe) el valor de la flecha cuando la viga se encuentra sometida a la acción de una carga cíclica.

$$f_f = f_i + \log(N) \cdot a \cdot L \quad (6.38)$$

donde:

$f_i$ ,  $f_f$ : flecha inicial y flecha final respectivamente.

N: número de ciclos de carga.

$a = 0.019$  para  $G_{pe} = 0.8$  ;  $a = 0.035$  para  $G_{pe} = 0.7, 0.6, \text{ y } 0.5$ :

L : longitud de cálculo de la viga.

En la Tabla 6.XIV se presentan los valores obtenidos mediante estas expresiones, los resultantes del ensayo experimental (Pérez 1995) y los del modelo propuesto PCCBEAM.

Tabla 6.XIV: Flecha en función del número de ciclos de carga.

Ciclo de carga Nro.	Flecha (mm)			
	Experimental (Pérez 1995)	Ecuación (6.39)	PCCBEAM	Ecuación (6.39)
1	13.8	(a)	8.783	(b)
$1 \cdot 10^3$	14.6	14.85	9.356	9.830
$1 \cdot 10^4$	14.8	15.20	9.562	10.183
$1 \cdot 10^5$	15.2	15.55	9.996	10.533
$1 \cdot 10^6$	15.5	15.90	10.637	10.833
$5 \cdot 10^6$	16.5	16.15	11.138	11.128

(a) Se considera la flecha inicial del ensayo experimental.

(b) Se considera la flecha inicial que se determinó mediante PCCBEAM.

En la Tabla 6.XV se presentan los valores obtenidos mediante la ec. (6.38) y los que resultan de aplicar PCCBEAM.

(\*) Se consideran como iniciales los valores obtenidos mediante PCCBEAM. Se representan gráficamente en las figuras: 6.25, 6.26, 6.27, y 6.28.

Tabla 6.XV: Comparación de flechas.

Grado de Pret. GPe	Nro. de ciclos	Flecha central (mm)							
		Viga 10.00m de luz		Viga 15.00m de luz		Viga 20.00m de luz		Viga 25.00m de luz	
		PCCB	Ec. (6.38)	PCCB	Ec. (6.38)	PCCB (*)	Ec. (6.38)	PCCB	Ec. (6.38)
0.8	1	4.516	(*)	6.609	(*)	11.804	(*)	16.928	(*)
	$1.10^3$	4.784	5.086	7.111	7.464	12.600	12.944	17.818	18.353
	$1.10^4$	5.027	5.276	7.293	7.749	13.077	13.324	18.780	18.828
	$1.10^5$	5.219	5.466	7.570	8.034	13.613	13.704	19.496	19.303
	$1.10^6$	5.379	5.656	7.805	8.319	13.889	14.084	19.818	19.778
	$5.10^6$	5.463	5.789	7.817	8.518	14.185	14.350	19.838	20.110
0.7	1	4.876	(*)	7.264	(*)	12.874	(*)	17.567	(*)
	$1.10^3$	5.379	5.926	7.827	8.839	13.973	14.974	18.866	20.192
	$1.10^4$	5.636	6.276	8.111	9.364	14.574	15.674	19.477	21.067
	$1.10^5$	5.908	6.626	8.388	9.889	15.168	16.374	20.444	21.942
	$1.10^6$	6.142	6.976	8.659	10.414	15.740	17.074	21.052	22.817
	$5.10^6$	6.279	7.221	8.731	10.781	15.962	17.563	21.298	23.429
0.6	1	5.558	(*)	8.201	(*)	13.061	(*)	18.373	(*)
	$1.10^3$	6.316	6.608	9.059	9.776	14.659	15.161	20.547	20.998
	$1.10^4$	6.673	6.958	9.478	10.301	15.600	15.861	21.595	21.873
	$1.10^5$	7.095	7.208	9.892	10.826	16.508	16.561	22.793	22.748
	$1.10^6$	7.410	7.658	10.203	11.351	17.238	17.261	23.682	23.623
	$5.10^6$	7.594	7.903	10.347	11.718	17.622	17.750	24.126	24.235
0.5	1	6.512	(*)	9.237	(*)	14.355	(*)		
	$1.10^3$	7.415	7.562	10.420	10.812	16.490	16.455		
	$1.10^4$	7.838	7.912	10.982	11.337	17.617	17.155		
	$1.10^5$	8.250	8.262	11.502	11.862	18.704	17.855		
	$1.10^6$	8.599	8.612	11.890	12.387	19.573	18.555		
	$5.10^6$	8.983	8.857	12.073	12.754	20.042	19.044		

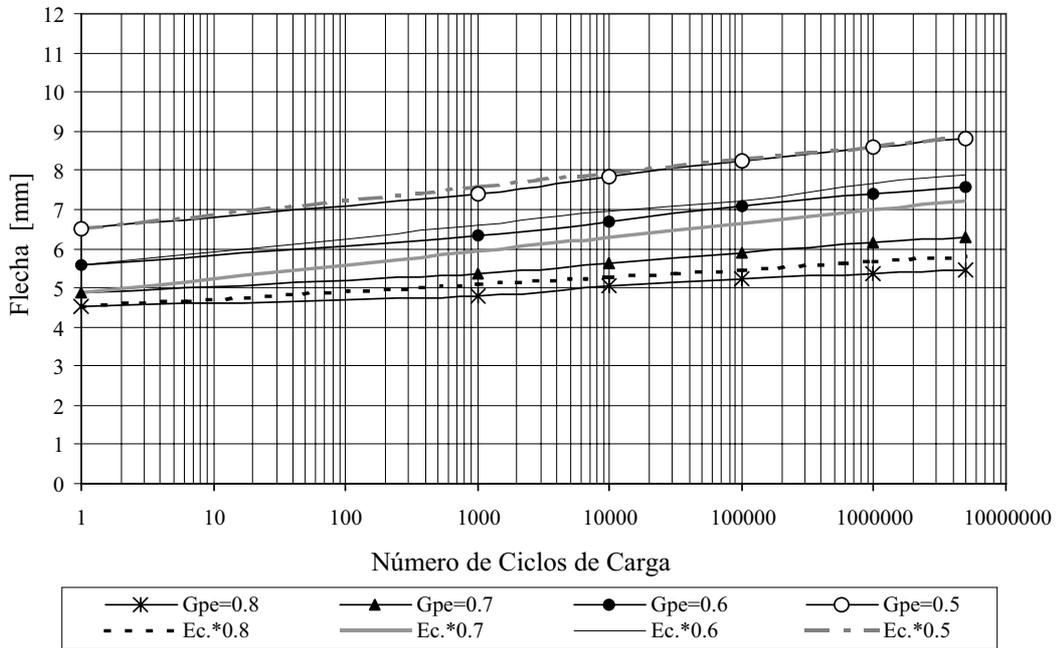


Figura 6.25: Flecha – Número de ciclos de carga, según PCCBEAM (GPe=) y Ecuación propuesta (6.38). Para luz de cálculo = 10.00m.

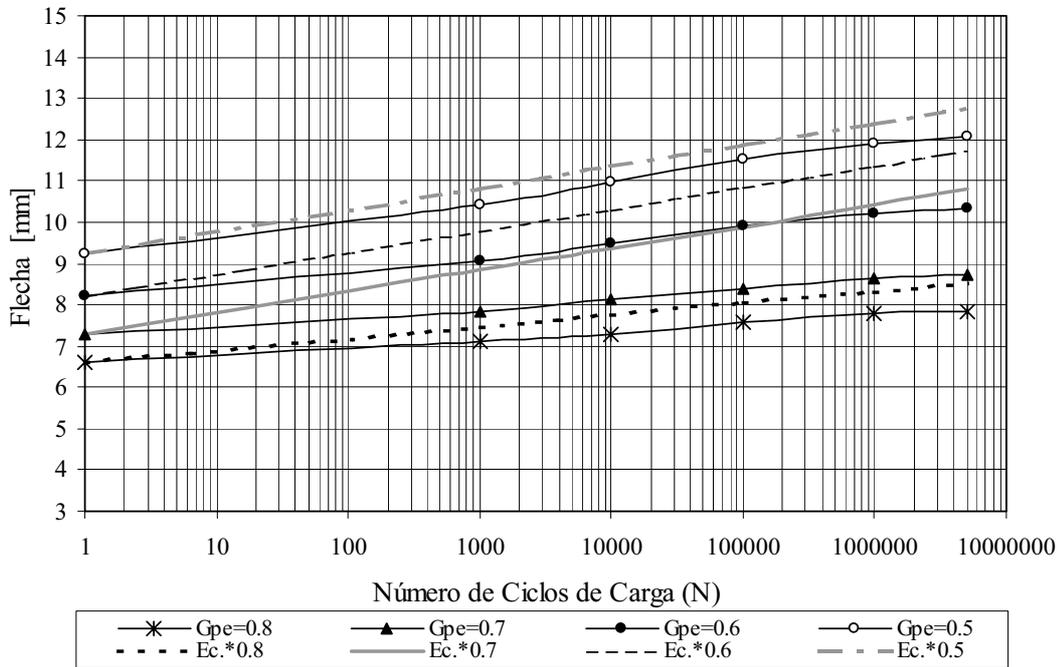


Figura 6.26: Flecha – Número de ciclos de carga, según PCCBEAM (GPe=) y Ecuación propuesta (6.38). Para luz de cálculo = 15.00m.

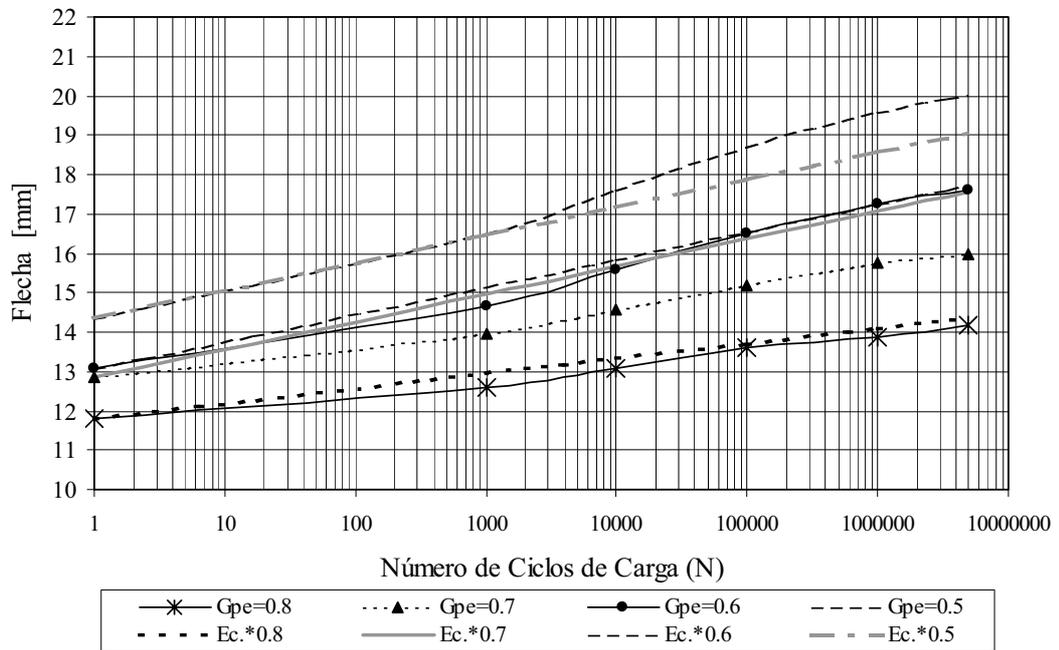


Figura 6.27: Flecha – Número de ciclos de carga, según PCCBEAM (GPe=) y Ecuación propuesta (6.38). Para luz de cálculo = 20.00m.

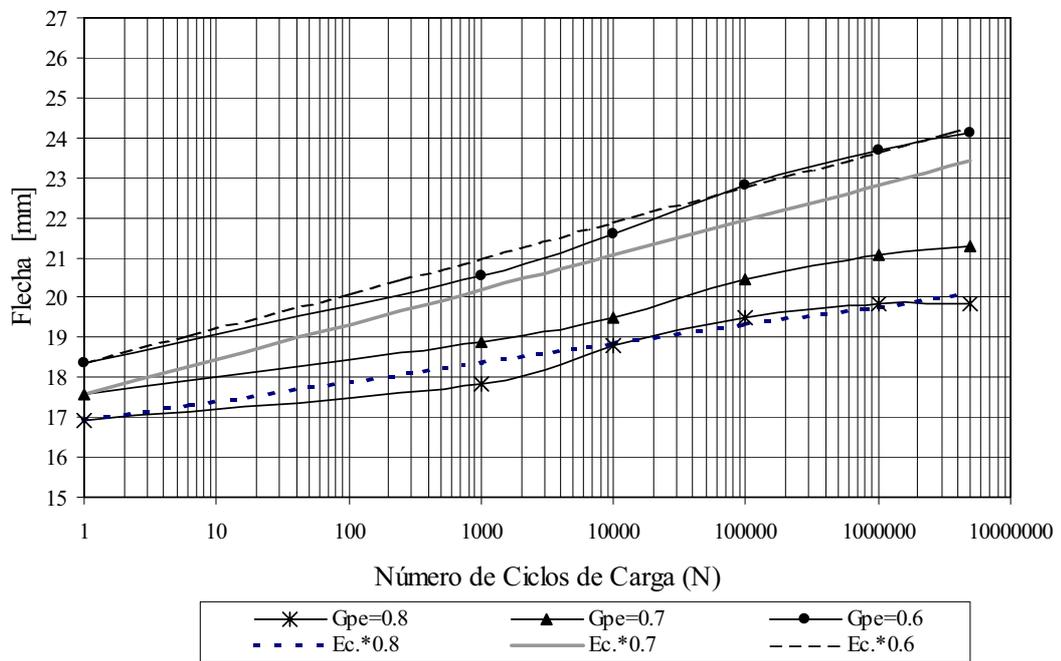


Figura 6.28: Flecha – Número de ciclos de carga, según PCCBEAM (GPe=) y Ecuación propuesta (6.38). Para luz de cálculo = 25.00m.

### 6.5.7. RESULTADOS OBTENIDOS AL INCREMENTAR LA CARGA.

Para tomar en cuenta el posible incremento de las cargas de servicio que pudiera acontecer a lo largo de la vida útil de estas vigas, se efectúa a continuación el análisis de anchos de fisura y flechas para cargas mayoradas entre un 10% y hasta un 40% respecto de la carga de servicio. El análisis se efectúa empleando los datos dados para  $GPe=0.8$ .

Tabla 6.XVI: Ancho de fisura y flecha en función del incremento de carga y del número de ciclos. Para luz de cálculo = 10.00m.

Incremento de carga [%]	Nro. de Ciclos de carga	Ancho de Fisura (mm)	Flecha central (mm)	Observaciones
10	1	0.036	5.046	
	$10^3$	0.050	5.503	
	$10^4$	0.055	5.738	
	$10^5$	0.060	6.101	
	$10^6$	0.064	6.335	
	$5.10^6$	0.066	6.468	
20	1	0.058	5.684	
	$10^3$	0.078	6.406	
	$10^4$	0.085	6.736	
	$10^5$	0.091	7.076	
	$10^6$	0.095	7.370	
	$5.10^6$	0.097	7.545	
30	1	0.086	6.523	
	$10^3$	0.110	7.393	
	$10^4$	0.118	7.794	falla
	$10^5$	0.125	8.198	falla
	$10^6$	0.129	8.549	falla
	$5.10^6$	0.131	8.763	falla
40	1	0.118	7.493	
	$10^3$	0.144	8.428	falla
	$10^4$	0.153	8.944	falla
	$10^5$	0.160	9.408	falla
	$10^6$	0.164	9.815	falla
	$5.10^6$	0.166	10.072	falla

$W_{m\acute{a}x}$  permitido = 0.2mm - Flecha admisible = 7.69mm

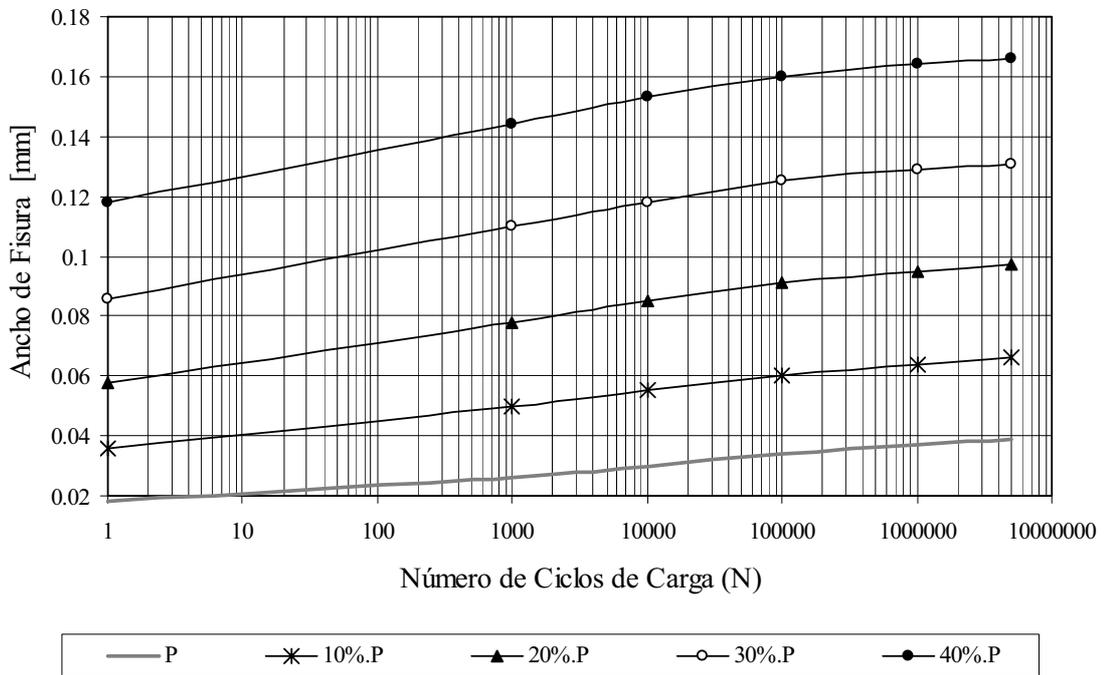


Figura 6.29: Ancho de fisura – Número de ciclos de carga, en función del incremento de carga. Para luz de cálculo = 10.00m.  $W_{m\acute{a}x}$  permitido = 0.2mm.

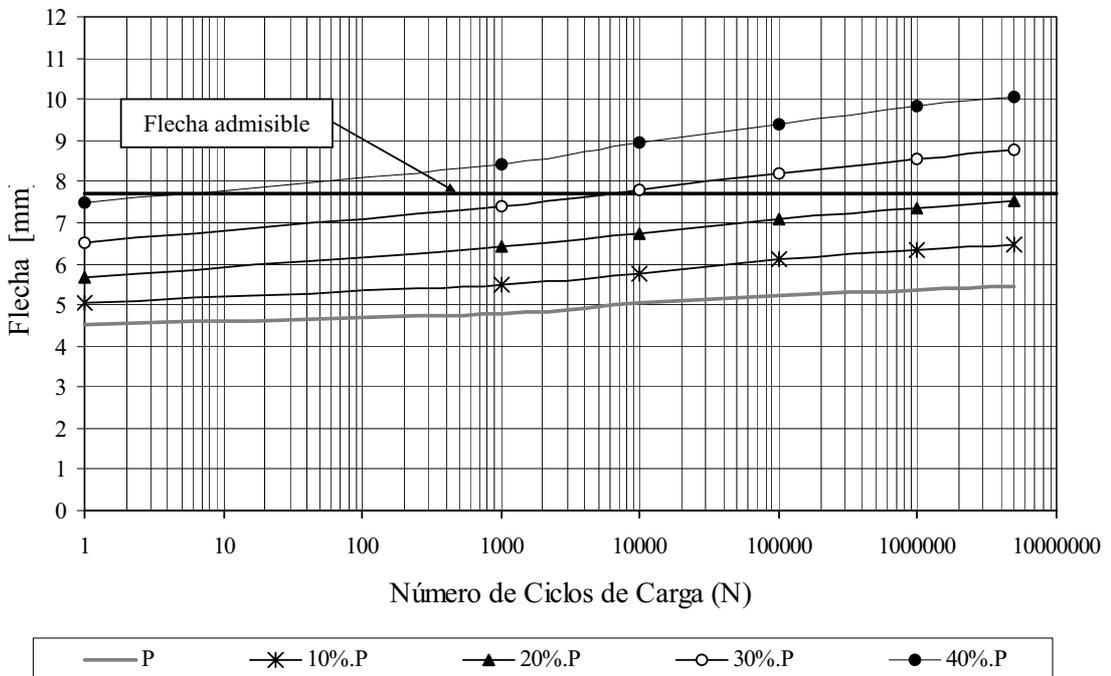


Figura 6.30: Flecha – Número de ciclos de carga, en función del incremento de carga. Para luz de cálculo = 10.00m. Flecha admisible = 7.69mm.

Para la viga analizada precedentemente, cuya luz de cálculo es de 10.00mts, los valores de anchos de fisura y flecha que resultan cuando la carga se incrementa en un 50% muestran que cuando se aplican 1.000.000 de ciclos de carga se alcanza el valor de ancho máximo de fisura admitido. Pero se advierte que para el 1er. ciclo de carga ya ha superado el máximo valor de flecha admitido. Esos valores no se incluyen en la Tabla 6.XVI ni en las figuras 6.29 y 6.30.

**Tabla 6.XVII:** Ancho de fisura y flecha en función del incremento de carga y del número de ciclos. Para luz de cálculo = 15.00m

<b>Incremento de carga [%]</b>	<b>Nro. de Ciclos de carga</b>	<b>Ancho de Fisura (mm)</b>	<b>Flecha central (mm)</b>	<b>Observaciones</b>
<b>10</b>	<b>1</b>	0.014	7.403	
	<b>10<sup>3</sup></b>	0.022	7.887	
	<b>10<sup>4</sup></b>	0.026	8.138	
	<b>10<sup>5</sup></b>	0.030	8.467	
	<b>10<sup>6</sup></b>	0.034	8.633	
	<b>5.10<sup>6</sup></b>	0.037	8.683	
<b>20</b>	<b>1</b>	0.025	8.154	
	<b>10<sup>3</sup></b>	0.037	8.781	
	<b>10<sup>4</sup></b>	0.043	9.129	
	<b>10<sup>5</sup></b>	0.048	9.529	
	<b>10<sup>6</sup></b>	0.053	9.764	
	<b>5.10<sup>6</sup></b>	0.056	9.856	
<b>30</b>	<b>1</b>	0.040	8.985	
	<b>10<sup>3</sup></b>	0.055	9.919	
	<b>10<sup>4</sup></b>	0.062	10.327	
	<b>10<sup>5</sup></b>	0.068	10.814	
	<b>10<sup>6</sup></b>	0.073	11.131	
	<b>5.10<sup>6</sup></b>	0.076	11.274	
<b>40</b>	<b>1</b>	0.058	10.004	
	<b>10<sup>3</sup></b>	0.076	11.217	
	<b>10<sup>4</sup></b>	0.084	11.757	falla
	<b>10<sup>5</sup></b>	0.091	12.280	falla
	<b>10<sup>6</sup></b>	0.096	12.750	falla
	<b>5.10<sup>6</sup></b>	0.099	12.942	falla

Wmáx. permitido = 0.2mm - Flecha admisible = 11.54mm

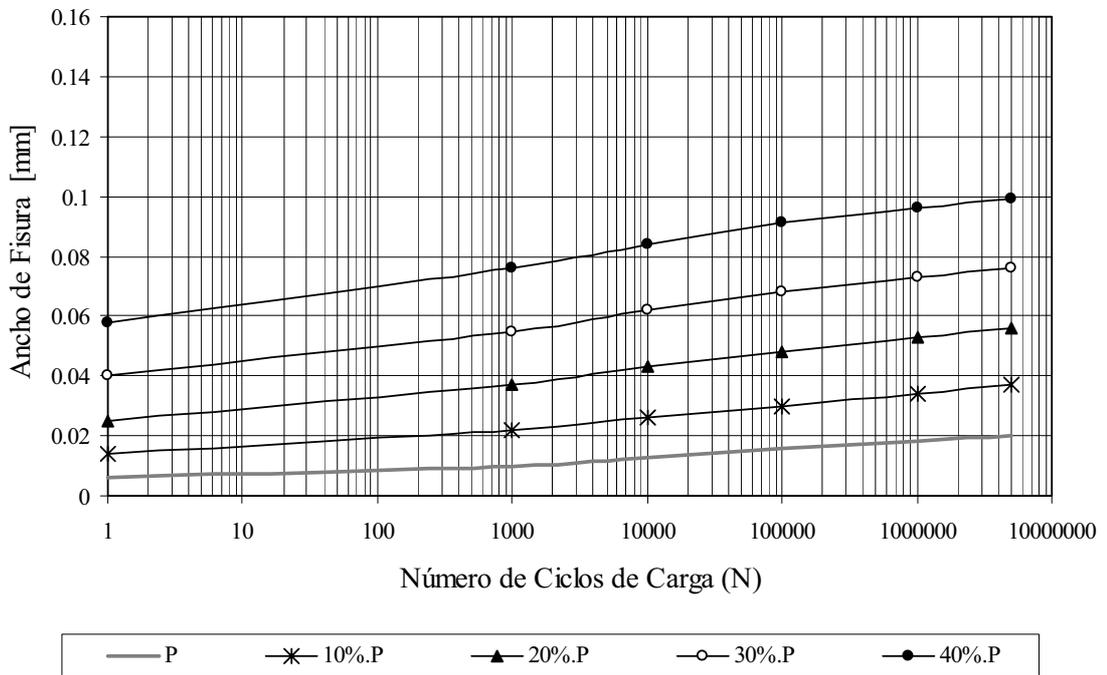


Figura 6.31: Ancho de fisura – Número de ciclos de carga, en función del incremento de carga. Para luz de cálculo = 15.00m.  $W_{máx}$  permitido = 0.2mm.

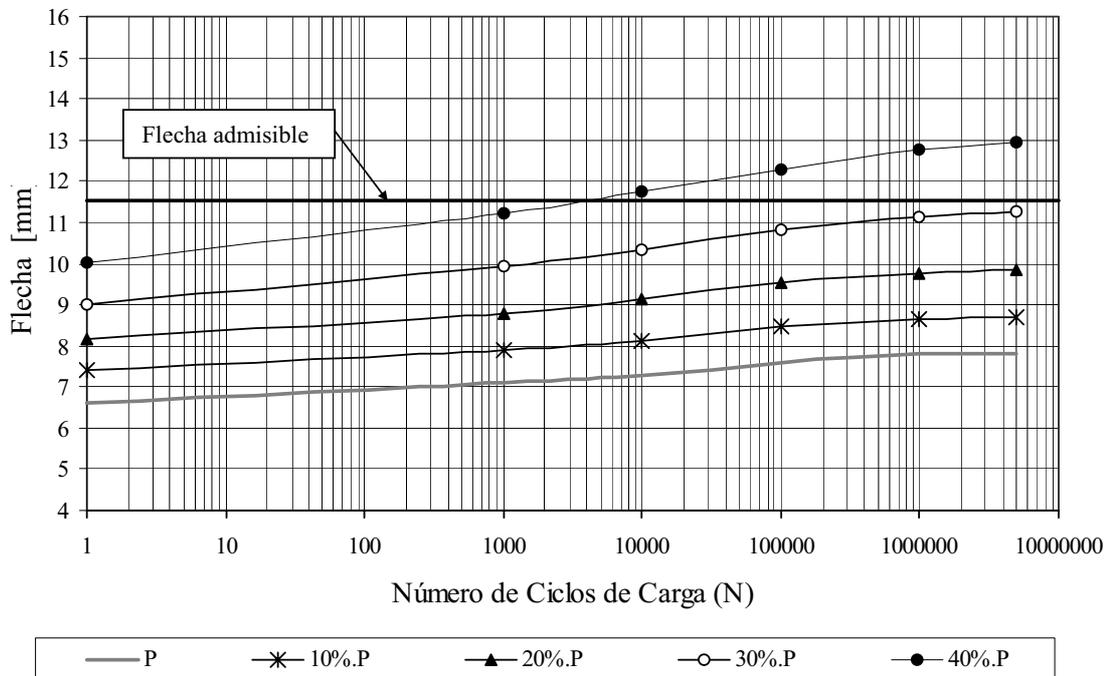


Figura 6.32: Flecha – Número de ciclos de carga, en función del incremento de carga. Para luz de cálculo = 15.00m. Flecha admisible = 11.64mm.

**Tabla 6.XVIII:** Ancho de fisura y flecha en función del incremento de carga y del número de ciclos. Para luz de cálculo = 20.00m

<b>Incremento de carga [%]</b>	<b>Nro. de Ciclos de carga</b>	<b>Ancho de Fisura (mm)</b>	<b>Flecha central (mm)</b>	<b>Observaciones</b>
<b>10</b>	<b>1</b>	0.016	13.102	
	<b>10<sup>3</sup></b>	0.025	14.003	
	<b>10<sup>4</sup></b>	0.029	14.509	
	<b>10<sup>5</sup></b>	0.033	15.136	
	<b>10<sup>6</sup></b>	0.036	15.524	falla
	<b>5.10<sup>6</sup></b>	0.038	15.873	falla
<b>20</b>	<b>1</b>	0.029	14.325	
	<b>10<sup>3</sup></b>	0.041	15.614	falla
	<b>10<sup>4</sup></b>	0.047	16.228	falla
	<b>10<sup>5</sup></b>	0.052	16.998	falla
	<b>10<sup>6</sup></b>	0.055	17.531	falla
	<b>5.10<sup>6</sup></b>	0.058	17.806	falla
<b>30</b>	<b>1</b>	0.045	15.750	falla
	<b>10<sup>3</sup></b>	0.060	17.404	falla
	<b>10<sup>4</sup></b>	0.066	18.332	falla
	<b>10<sup>5</sup></b>	0.072	19.199	falla
	<b>10<sup>6</sup></b>	0.076	19.903	falla
	<b>5.10<sup>6</sup></b>	(*)	(*)	

Wmáx permitido = 0.2mm - Flecha admisible = 15.39mm

(\*) El hormigón de la fibra superior de la losa ha superado su resistencia característica  $\sigma'_{bk}$ .

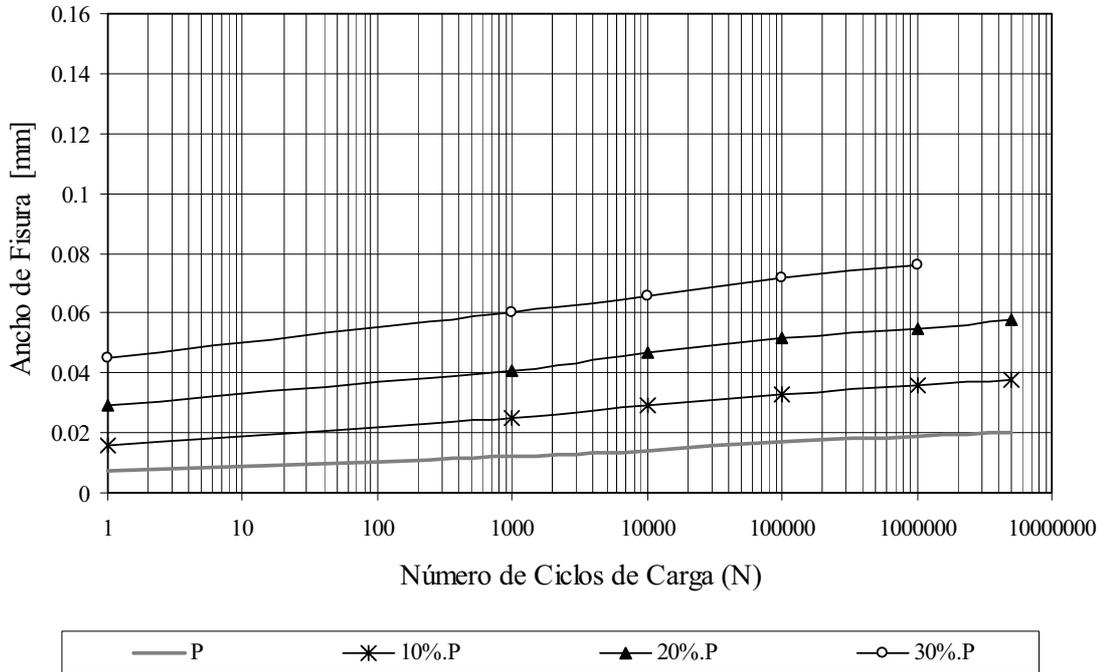


Figura 6.33: Ancho de fisura – Número de ciclos de carga, en función del incremento de carga. Para luz de cálculo = 20.00m.  $W_{m\acute{a}x}$  permitido = 0.2mm.

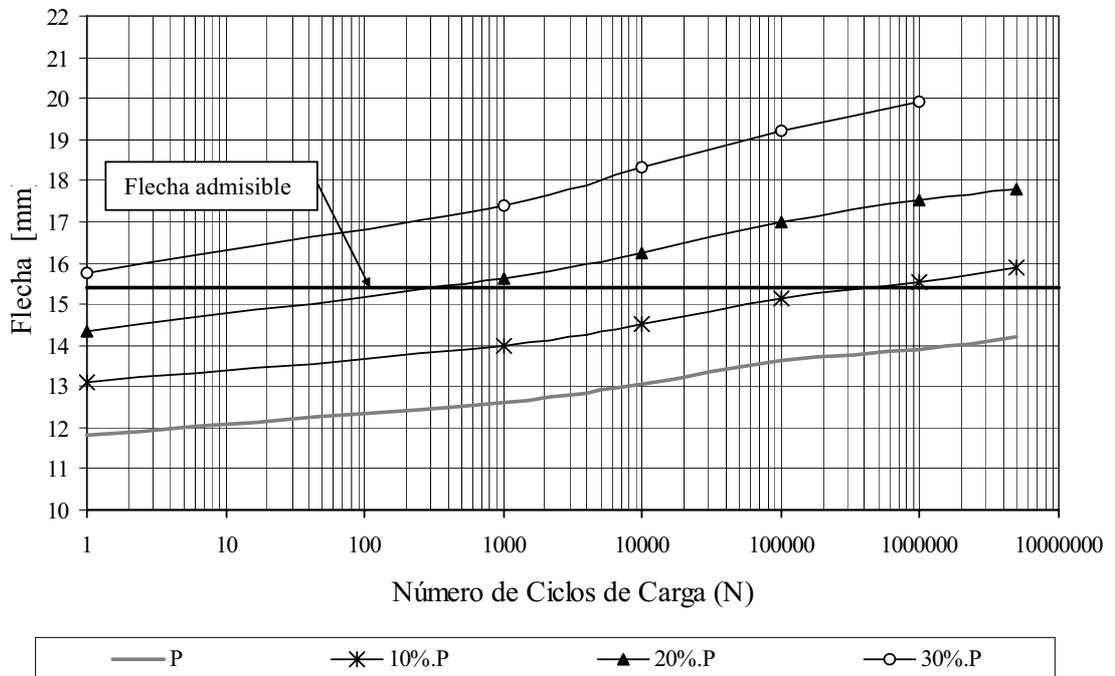


Figura 6.34: Flecha – Número de ciclos de carga, en función del incremento de carga. Para luz de cálculo = 20.00m. Flecha admisible = 15.39mm.

**Tabla 6.XIX:** Ancho de fisura y flecha en función del incremento de carga y del número de ciclos. Para luz de cálculo = 25.00m.

<b>Incremento de carga [%]</b>	<b>Nro. de Ciclos de carga</b>	<b>Ancho de Fisura (mm)</b>	<b>Flecha central (mm)</b>	<b>Observaciones</b>
<b>10</b>	<b>1</b>	0.020	18.370	
	<b>10<sup>3</sup></b>	0.035	19.497	falla
	<b>10<sup>4</sup></b>	0.043	19.984	falla
	<b>10<sup>5</sup></b>	0.051	20.674	falla
	<b>10<sup>6</sup></b>	0.058	21.884	falla
	<b>5.10<sup>6</sup></b>	0.062	21.912	falla
<b>20</b>	<b>1</b>	0.037	19.319	falla
	<b>10<sup>3</sup></b>	0.061	20.876	falla
	<b>10<sup>4</sup></b>	0.073	21.829	falla
	<b>10<sup>5</sup></b>	0.084	22.753	falla
	<b>10<sup>6</sup></b>	0.093	23.439	falla
	<b>5.10<sup>6</sup></b>	0.098	23.742	falla
<b>30</b>	<b>1</b>	0.061	20.564	falla
	<b>10<sup>3</sup></b>	0.094	22.713	falla
	<b>10<sup>4</sup></b>	0.109	24.034	falla
	<b>10<sup>5</sup></b>	0.122	25.208	falla
	<b>10<sup>6</sup></b>	0.132	26.065	falla
	<b>5.10<sup>6</sup></b>	(*)	(*)	falla

$W_{\text{máx}} \text{ permitido} = 0.2\text{mm}$  - Flecha admisible = 19.23mm

(\*) El hormigón de la fibra superior de la losa ha superado su resistencia característica  $\sigma'_{bk}$ . Por razones de escala no se incluyen en las figuras 6.35 y 6.36 los valores correspondientes al incremento de carga en un 30%.

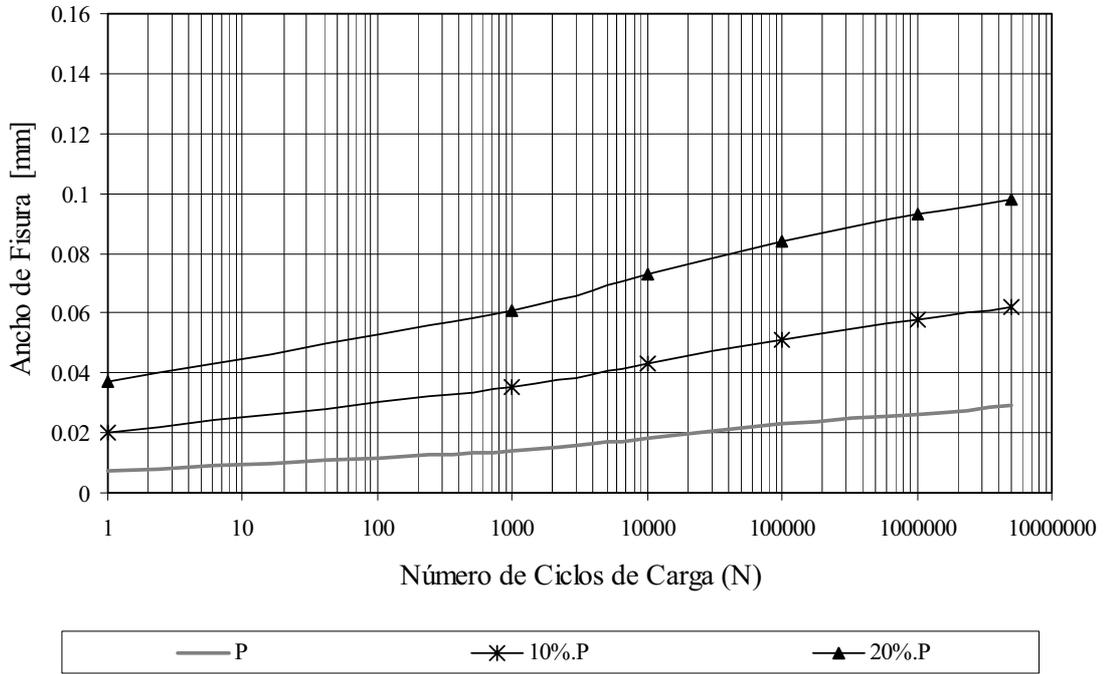


Figura 6.35: Ancho de fisura – Número de ciclos de carga, en función del incremento de carga. Para luz de cálculo = 25.00m.  $W_{m\acute{a}x}$  permitido = 0.2mm.

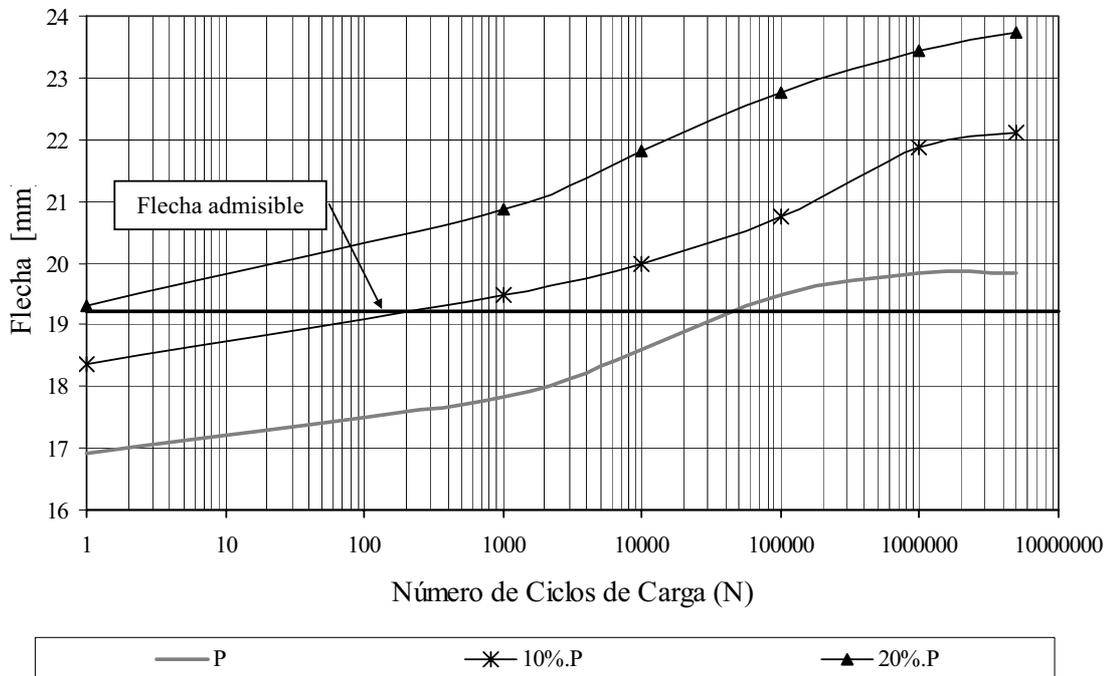


Figura 6.36: Flecha – Número de ciclos de carga, en función del incremento de carga. Para luz de cálculo = 25.00m. Flecha admisible = 19.23mm.

En la Tabla 6.XX se presentan los incrementos de anchos de fisura y flecha, en función de los incrementos de carga, para cada una de las vigas analizadas, y en particular para cuando se producen 5.000.000 ciclos de carga.

Tabla 6.XX: Incremento de anchos de fisura y flecha en función del incremento porcentual de la carga.

Carga	Ancho de fisura (mm)	Flecha (mm)	Incremento de ancho de fisura (%)	Incremento de flecha (%)
<b>Viga de 10.00m de longitud</b>				
Q	0.039	5.463	---	---
Q increm. 10%	0.066	6.468	69.23	18.4
Q increm. 20%	0.097	7.545	148.72	38.11
Q increm. 30%	0.131	8.763	235.90	60.41
Q increm. 40%	0.166	10.072	325.64	84.37
<b>Viga de 15.00m de longitud</b>				
Q	0.020	7.817	---	---
Q increm. 10%	0.037	8.683	85.00	11.08
Q increm. 20%	0.056	9.856	180.00	26.08
Q increm. 30%	0.076	11.274	280.00	44.22
Q increm. 40%	0.099	12.942	395.00	65.56
<b>Viga de 20.00m de longitud</b>				
Q	0.020	14.185	---	---
Q increm. 10%	0.038	15.873	90.00	11.90
Q increm. 20%	0.058	17.806	190.00	25.53
<b>Viga de 25.00m de longitud</b>				
Q	0.029	19.838	---	---
Q increm. 10%	0.062	21.912	113.79	10.46
Q increm. 20%	0.098	23.742	237.93	19.68

### 6.5.8. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.

#### a) Análisis de resultados obtenidos para anchos de fisura.

- Si se establece un valor admisible de ancho de fisura de 0.2mm se observa que ninguno de los valores obtenidos en los ejemplos analizados llega a ese límite, antes de que se alcance la flecha máxima permitida. Tal como se indica en el apartado 6.5.6. y en particular en la Tabla 6.XVI, cuando se incrementa la carga en un 50% y a partir de la aplicación de

1.000.000 de ciclos de carga, se alcanza el límite establecido para el ancho de fisura, superándolo para números de ciclos mayores. Es importante destacar que cuando esto se produce, es decir cuando se alcanza el ancho de fisura límite, la flecha en el centro de la luz de la viga resulta ser un 49.62% superior a la admitida.

- En la Tabla 6.XX se observa que cuando se produce un incremento del 40% en la carga actuante, el crecimiento del ancho de la fisura ubicada en el centro de la viga de 15.00m de luz cuando se aplican 5.000.000 de ciclos, llega por ejemplo al 395% del ancho de fisura que se obtiene cuando actúa la carga sin incrementar.
- Al comparar los valores de los anchos de fisura que se presentan en la Tabla 6.XIII, es decir los que resultan de aplicar la expresión dada por CEB-FIP(\*\*) con los que se obtienen mediante el programa PCCBEAM(\*) propuesto, surge que: de las diferencias entre los resultados de ambas propuestas no se puede generalizar una conclusión debido a que las mismas oscilan entre el 0% hasta un valor promedio aproximado del 20%. Pero en algunos casos esa diferencia supera el 100%. En la mayoría de los casos analizados y cuando el número de ciclos de carga es de 100.000 o inferior, los valores que resultan de aplicar la expresión del CEB-FIP son mayores, mientras que para cuando se producen más de 100.000 ciclos de carga son mayores los valores que se obtienen mediante PCCBEAM.
- En la Tabla 6.XI se puede observar cómo disminuyen los anchos de fisura desde la sección central hacia los extremos de viga. Respecto de la zona en la que se produce la presencia de fisuras, en los tres casos analizados se puede distinguir la disminución de la longitud de la mencionada zona con el aumento del grado de pretensado. En particular para este ejemplo, la zona fisurada abarca un 60.3% de la longitud de la viga cuando se tiene un grado de pretensado igual a 0.5, mientras que representa un 30.2% cuando el grado de pretensado pasa a ser de 0.8.

#### **b) Análisis de resultados obtenidos para la flecha en el centro de la viga.**

Teniendo en cuenta que los posibles valores para limitar la flecha pueden ser obtenidos entre los indicados en la Tabla 5.IV ( $\text{luz} / 1000$ ) o bien se pueden estimar esperando un funcionamiento adecuado de las vigas del puente, sin vibraciones perceptibles, generalmente estos últimos resultan ser más restrictivos. Por lo antes expuesto y para el presente trabajo se establece un valor de flecha máxima permitida igual a  $\text{Luz} / 1300$ .

- En los casos analizados se puede observar que hay valores que superan la flecha límite. En particular se puede indicar que para los datos considerados:
  - Ninguna de las cuatro vigas cumple con el requisito impuesto para la flecha, cuando se tiene un grado de pretensado  $G_{Pe} = 0.5$ .
  - La viga cuya luz de cálculo es de 25.00m no reúne las condiciones, de flecha, requeridas para ninguno de los tres grados de pretensado considerados 0.8, 0.7, y 0.6.
  - La viga con luz de cálculo igual a 20.00m sólo puede emplearse, es decir sólo reúne las condiciones establecidas, cuando posee un grado de pretensado de 0.8 o superior.
- En la Tabla 6.XX se observa que cuando se produce un incremento del 40% en la carga, el crecimiento en la flecha para la viga de 10.00m de luz cuando se aplican 5.000.000 de ciclos de carga, llega por ejemplo al 84.37% de la flecha que se obtiene con la carga sin incrementar.
- Con la disminución del grado de pretensado se produce el incremento de la flecha con valores del 21% cuando  $G_{Pe} = 0.8$ , del 31.2% cuando  $G_{Pe} = 0.7$  y del 36.6% cuando  $G_{Pe} = 0.6$ , en los tres casos la flecha se mantiene dentro del límite permitido. Estos valores corresponden a la viga cuya luz de cálculo es de 10.00m.
- Cuando se produce un incremento en la carga, y considerando los valores límites permitidos: la viga de 10.00m de luz sólo admite un incremento en la carga de hasta un 20%, mientras que la viga de 15.00m de luz se admite un incremento en la carga de hasta un 30%. La viga de 20.00m de luz no admite cargas superiores a la actuante, pues para un incremento del 10% en la carga y a partir de la aplicación de 100.000 ciclos de carga se supera el valor de flecha permitida. Como se mencionó anteriormente la viga de 25.00m de luz, analizada, no reúne las condiciones requeridas, por lo tanto no admite incrementos de carga.
- Si se comparan los resultados, de anchos de fisura, que se encuentran en la tercera columna de la Tabla 6.X con sus correspondientes de la tercera columna de la Tabla 6.XII, no se observan prácticamente diferencias entre ellos. Lo mismo ocurre cuando se comparan los valores de flecha, de la cuarta columna de la Tabla 6.X con sus correspondientes de la cuarta columna de la Tabla 6.XII. Pero es necesario tener en cuenta al efectuar el análisis, que para el caso en que se producen 60 ciclos de carga por hora el tiempo transcurrido hasta alcanzar 5.000.000 de ciclos es de 83334hs, poco más de nueve años, mientras que cuando se espera que se produzcan 30 ciclos de carga por hora debe transcurrir el doble de tiempo, es decir 19 años, hasta alcanzar igual número de ciclos.

- La ecuación (6.38), propuesta, efectúa predicciones satisfactorias de la flecha diferida en función del número de ciclos de carga. De acuerdo a los valores que se presentan en la Tabla 6.XIV se pueden observar que:
  - La máxima diferencia entre los valores experimentales y los resultados de la mencionada ecuación es del 2.7% en exceso para estos últimos. Mientras que cuando se producen 5.000.000 de ciclos de carga, esa diferencia es del 2.1% en defecto.
  - Cuando la comparación se efectúa con los valores de PCCBEAM, la sobreestimación por parte de la mencionada ecuación es del 6.5%, mientras que cuando se producen 5.000.000 de ciclos de carga, la diferencia es del 0.09% en defecto.Aproximadamente un 90% de los valores dados por la ecuación (6.38) aproximan en exceso a los de PCCBEAM con diferencias que oscilan entre 0.13% y 19.01%, es de destacar que muy pocos valores superan el 11%.  
Mientras que las diferencias en defecto varían del 0.2% al 5.49% y se pueden observar en las figuras 6.27 y 6.28.

## 6.6. CONCLUSIONES

- Es muy notable la falta de información (antecedentes) respecto de este tema en relación con resultados de ensayos experimentales, o bien con resultados de mediciones efectuadas sobre estructuras en funcionamiento. Sería conveniente disponer de mayor información experimental para avalar o mejorar el modelo propuesto.
- De acuerdo al análisis realizado en el presente capítulo, las conclusiones pueden desglosarse de acuerdo a:
  - a) Efectos incluidos en el modelo propuesto:**
    - El modelo comprende la influencia de fenómenos tiempo-dependientes tales como: fluencia lenta cíclica del hormigón en compresión, redistribución de tensiones de adherencia entre la armadura y el hormigón circundante, y retracción y fluencia lenta del hormigón en la zona traccionada entre dos fisuras sucesivas, y la capacidad del hormigón de resistir tracción por debajo del eje neutro.

- El modelo comprende la influencia de fenómenos ciclo-dependientes y fundamentalmente su efecto sobre el módulo de elasticidad aparente del hormigón.

**b) Programa desarrollado:**

- El programa PCCBEAM desarrollado en lenguaje FORTRAN vincula todos los efectos considerados en el punto a). Permite también determinar la tensión de tracción en el acero no tesado que se emplea, en la expresión del CEB-FIP, para estimar anchos de fisura.
- De acuerdo a los análisis comparativos efectuados y presentados, el modelo-programa PCCBEAM permite obtener valores confiables de flecha y de anchos de fisura en vigas compuestas de hormigón pretensado.

**c) Comparación de resultados experimentales:**

- Los resultados obtenidos con el modelo propuesto y desarrollado computacionalmente, ajustan considerablemente bien con los experimentales cuando se determinan anchos de fisura. Para el caso de la fisura ubicada en el centro de la viga, el error estimado varía entre 9.8% y 0.4% para cuando se producen 100.000 ciclos de carga o más. Presentando discrepancias de hasta el 21% para la fisura central y para números de ciclos de carga inferiores a los 100.000.
- Si se analiza el crecimiento del ancho de fisura máximo se tiene que el mismo resulta ser del 35.7% para los resultados experimentales y del 36.3% para los resultados obtenidos mediante PCCBEAM al considerar como valor inicial el que surge del ensayo experimental. Estos valores se dan cuando se aplican 5.000.000 de ciclos de carga.
- Para la determinación de la flecha, los resultados obtenidos con el modelo propuesto presentan diferencias del orden del 36% con respecto a los resultados experimentales que se disponen.
- Si se analiza el crecimiento de la flecha se puede establecer que los resultados obtenidos mediante el modelo-programa propuesto (PCCBEAM) se aproximan relativamente bien con

los resultados experimentales disponibles, pues el error en la estimación del mencionado crecimiento y luego de producidos 5.000.000 de carga es del 7.2% en exceso.

- Por lo expuesto se puede indicar que tanto para anchos de fisuras como para flechas, los valores de crecimientos experimentales y computacionales presentan una adecuada aproximación.
- Las diferencias halladas entre los valores de los resultados pueden estar ocasionadas por las características generales de la viga al momento del ensayo. Otra influencia que debe considerarse es que el modelo adherencia-deslizamiento, de Harajli-Naaman ha sido planteado y probado en vigas que incorporan tanto acero teso como no teso convencional, mientras que la viga del ensayo experimental solo poseía armadura tesa.
- La expresión propuesta para estimar el valor de la flecha diferida, ajusta considerablemente bien con los resultados experimentales, pues el error en ese ajuste es de un 2.7%.

**d) Estudio paramétrico:**

- Se produce un adecuado crecimiento de anchos de fisura y flecha con la disminución del grado de pretensado y con el incremento del número de ciclos de carga.
- Si se establece un valor admisible de ancho de fisura de 0.2mm se observa que ninguno de los valores obtenidos en los ejemplos analizados llega a ese límite, antes de que se alcance la flecha máxima permitida.
- Se puede observar cómo disminuye la zona de influencia de la fisuración con el incremento del grado de pretensado.
- Si bien no se puede generalizar, se advierte que en la mayoría de los casos aquí analizados y para un número de ciclos de carga de hasta 100.000 la expresión del CEB-FIP suministra valores de anchos de fisura mayores que los que se obtienen con PCCBEAM, y ocurre lo contrario cuando el número de ciclos de carga supera los 100.000.

- Al fijar un límite para la flecha igual a  $luz / 1300$ , se puede observar que en los casos analizados se obtuvieron resultados que superan ese valor.
- Se propone una expresión para estimar el valor de la flecha de una viga compuesta pretensada, sometida a la acción de una carga cíclica, la cual se ha planteado desde el análisis del crecimiento de la flecha efectuado mediante el modelo-programa propuesto PCCBEAM. Los resultados que se obtienen con la misma, ajustan considerablemente bien con los valores que surgen de aplicar PCCBEAM, las diferencias que se presentan van desde un 5.49% en defecto y hasta un 19.01% en exceso por parte de los resultados de la expresión. Mientras que la diferencia en el ajuste con los resultados experimentales es de un 2.7% como máximo.

## *CAPITULO 7:*

# ***CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES PARA FUTUROS TRABAJOS***

---

### **7.1. CONCLUSIONES.**

#### **7.1.1. DEL ANALISIS TEORICO EFECTUADO.**

- La predicción de anchos de fisuras y flecha en elementos de hormigón pretensado es un problema complejo, no sólo porque intervienen numerosas variables, muchas de las cuales no son fáciles de conocer en la etapa de diseño, sino porque los fenómenos que intervienen como la retracción, fluencia lenta, relajación de aceros y degradación de la adherencia acero-hormigón se encuentran interrelacionados, resultando difícil separar la influencia de cada uno de ellos sobre el resultado final.
- Los modelos más sencillos de aplicar para estimar la retracción, la fluencia lenta del hormigón (creep) y la relajación del acero, son en general los propuestos por los reglamentos de construcción. De menor a mayor complejidad pueden agruparse así: CIRSOC, ACI y CEN. En los dos últimos se requieren datos adicionales tales como tipo de cemento, tipo de hormigón, temperatura ambiente media, y otros más complicados de obtener, tales como

porcentajes de agregado fino, de cemento, de aire (ACI). Datos estos, que el proyectista no dispone a menudo en la etapa de diseño. Rivas y Barlek (2000).

- Respecto de modelos de predicción de los fenómenos tiempo dependientes, aplicables a elementos estructurales cuya sección transversal esté integrada por dos o más fases, sólo se ha encontrado la propuesta de Iglesias, quien incluye el planteo de estos fenómenos para hallar valores de tensión en la sección transversal. Establece además, que se pueden obtener resultados muy aproximados y del lado de la seguridad al realizar el cálculo de secciones evolutivas, con hormigones de diferentes edades, en un único paso de tiempo y discretizando por capas. Una dificultad del método se presenta en lo tediosos que resultan los cálculos, los que sólo pueden ser abordados computacionalmente.
- La determinación de la deformación (flecha) en vigas compuestas de hormigón pretensado presenta un número de dificultades conceptuales que son significativamente más complejas que las presentadas para vigas no compuestas. Esto se debe al empleo de diferentes tipos de hormigón, y a la evolución constructiva de las partes, en el tiempo. Si bien las variables que se presentan son numerosas para poder ser cubiertas por un simple conjunto de reglas fijas, la comprensión de los factores básicos que contribuyen a estas deformaciones permitirá al calculista efectuar una razonable estimación de la deformación. Se dice estimación, pues las propiedades del hormigón que afectan a las deformaciones, particularmente diferidas, son variables y no se pueden determinar con precisión. Algunas de estas propiedades que se consideran en la deformación tienen valores que varían en  $\pm 20\%$  a más. Por ello, no debe esperarse gran precisión en los cálculos de la deformación.
- El modelo que se propone es un modelo integral que surge como resultado del análisis de diferentes propuestas sobre vigas simples y compuestas, las cuales se adaptan para modelar los fenómenos que se presentan en vigas compuestas pretensadas, comúnmente empleadas en la construcción de puentes de pequeñas y medianas luces. Dada la complejidad matemática del mismo, ya que requiere para su resolución de numerosas iteraciones y cálculos, se desarrolló un programa computacional, en lenguaje FORTRAN, denominado PCCBEAM (Prestressed Composite Concrete Beam).
- El modelo propuesto, permite establecer el comportamiento bajo régimen de servicio de vigas pretensadas de sección compuesta sometidas a cargas permanentes y repetitivas. La

formulación del mismo permite el tratamiento de vigas con pretensado total, limitado y parcial, es decir en el caso más general, fisuradas antes de alcanzar su carga máxima de servicio. Esta condición de fisuración es evaluada mediante la inclusión de un modelo de tensión de adherencia-deslizamiento entre acero y hormigón, cuyos parámetros fueron ajustados.

- El modelo propuesto incluye un modelo que permite la estimación de la flecha a partir de las rotaciones concentradas de las secciones fisuradas. Cabe destacar que no se han encontrado modelos integrales como el presente que permitan este tipo de estudio.

### **7.1.2. DE LA COMPARACIÓN DE RESULTADOS.**

- Sería conveniente disponer de mayor información para avalar o mejorar el modelo propuesto debido a que, en el campo del estudio de vigas compuestas de hormigón pretensado, es notable la ausencia de publicaciones que traten sobre la determinación de anchos de fisura y flecha mediante la presentación de modelos integrales, o de resultados de ensayos experimentales o de mediciones efectuadas sobre estructuras en servicio.
- De igual importancia resulta la necesidad de disponer de mayor cantidad de datos experimentales que permitan evaluar y/o avalar experimentalmente los parámetros que inciden sobre el modelo de tensión de adherencia-deslizamiento especialmente cuando se trata de acero teso.
- Los resultados obtenidos con el modelo propuesto y desarrollado computacionalmente, ajustan considerablemente bien con los resultados experimentales disponibles, presentados por Pérez (1995), cuando se determinan anchos de fisura, puesto que para el caso de la fisura ubicada en el centro de la viga, el error estimado varía entre 9.8% y 0.4% para cuando se producen 100.000 ciclos de carga o más. Se presentan discrepancias de hasta un 21% para números de ciclos de carga inferiores al valor indicado.
- Si se analiza el crecimiento del ancho de fisura máximo se tiene que la diferencia entre el valor que surge de la aplicación del modelo propuesto y el experimental es del 0.6% para 5.000.000 ciclos.

- Si bien no se puede generalizar, se advierte que en la mayoría de los casos analizados y para un número de ciclos de carga de hasta 100.000 la expresión que presenta CEB-FIP, para la obtención de anchos de fisura en elementos estructurales parcialmente pretensados sometidos a la acción de carga dinámica, suministra valores de anchos de fisura mayores que los que se obtienen con PCCBEAM, y ocurre lo contrario cuando el número de ciclos de carga supera los 100.000.
- Para la determinación de la flecha los resultados obtenidos con el modelo presentan diferencias del orden del 36.4%, con respecto a los resultados experimentales que se disponen. Pero se establece una notable aproximación cuando se analizan los crecimientos de las mismas, alcanzando una diferencia en exceso del 7.2% para cuando se aplican 5.000.000 ciclos, y del 0.7% para 1000 ciclos.
- Las mencionadas diferencias, que surgen de la comparación de los resultados pueden estar ocasionadas por las características generales de la viga compuesta al momento del ensayo, la misma poseía una edad de cuatro años, y se desconoce su estado de conservación. Otra influencia que se debe tener en cuenta es que el modelo, adherencia-deslizamiento de Harajli-Naaman, ha sido planteado y probado en vigas que incorporan tanto acero teso como no teso convencional, mientras que la viga del ensayo experimental solo poseía armadura tesa.
- De acuerdo con los resultados obtenidos a partir de un análisis paramétrico de vigas compuestas pretensadas, se puede comprobar que un aumento en el grado de pretensado implica una disminución en el crecimiento de la flecha, es así que en los casos analizados un  $GPe = 0.8$  el incremento de la flecha entre el 1er ciclo y  $5 \times 10^6$  ciclos varía entre 17% y 21%, mientras que para un  $GPe = 0.6$  los porcentajes oscilan entre 31% y 40%.
- Se manifiesta un adecuado crecimiento de anchos de fisura y flecha con la disminución del grado de pretensado y con el incremento del número de ciclos de carga, y se puede observar cómo disminuye la zona de influencia de la fisuración con el incremento del grado de pretensado.
- Al establecer un valor admisible de ancho de fisura de 0.2mm se puede observar que ninguno de los valores obtenidos en los ejemplos analizados llega a ese límite, antes de que se alcance la flecha máxima permitida.

- Se propone una expresión para estimar el valor de la flecha de una viga compuesta pretensada, sometida a la acción de una carga cíclica, la cual se ha planteado desde el análisis del crecimiento de la flecha efectuado mediante el modelo - programa propuesto PCCBEAM. Los resultados que se obtienen con la misma, ajustan considerablemente bien con los valores que surgen de aplicar PCCBEAM, las diferencias que se presentan van desde un 5.49% en defecto y hasta un 19.01% en exceso por parte de los resultados de la expresión. Mientras que la diferencia en el ajuste con los resultados experimentales es de un 2.7% como máximo.

## **7.2. RECOMENDACIONES PARA FUTUROS TRABAJOS.**

A continuación se indican algunas recomendaciones para futuros trabajos en relación con este tema:

- Resulta necesario obtener, mediante ensayos experimentales, mayor información respecto de anchos de fisura y flecha para el caso de vigas compuestas de hormigón pretensado.
- Efectuar ensayos de extracción sobre probetas de hormigón con armaduras consistentes en trenzas de acero pretensado, a efectos de evaluar experimentalmente los parámetros del modelo de tensión de adherencia-deslizamiento a ser implementado en futuros estudios de este tipo. Si bien existen algunas propuestas de origen experimental para la ley de adherencia-deslizamiento, su estudio no se encuentra concluido.
- Basados en la obtención de mayor información experimental, se podrán analizar más adecuadamente los coeficientes de origen experimental que incorporan los modelos, y en particular el modelo propuesto.

## REFERENCIAS.

- ACI. Manual of Concrete Practice. Part 1 and Part 3. Materials and General Properties of Concrete – 1998.
- Almudaiheem J.A. and Hansen W. “Effect of Specimen Size and Shape on Drying Shrinkage of Concrete”. ACI Materials Journal. Vol. 84, N° 2. 1987, (pp. 130-135).
- Almudaiheem J.A. and Hansen W. “Prediction of Concrete Drying Shrinkage from Short-Term Measurements”. ACI Materials Journal Vol. 86 n° 4. 1989, (pp. 401-408).
- Al Zaid, R. and Naaman, A. “Analysis of Partially Prestressed Composite Beams”. Journal of Structural Engineering - ASCE, Vol. 112. No. 4 . 1986, (pp. 709-725).
- Balaguru, P. , “Analysis of Prestressed Concrete Beams for Fatigue Loading”. PCI Journal May – June 1981, (pp. 71-95).
- Balaguru, P. and Shah, S. . “A Method of Predicting Crack widths and Deflections for Fatigue Loading” . ACI Publication SP-75, Fatigue of Concrete Structures, 1982, (pp. 153-175).
- Barlek, R., Cudmani, R. y Danesi, R. . “Pretensado Parcial: Comentarios sobre el Estado del Arte del Diseño a Flexión”. Memorias de las X Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural, Bs. As. 1990, (pág. 237 - 264).
- Barlek, R., Cudmani, R. y Danesi, R. . “Aplicación de Modelos de Tensión de Adherencia - Deslizamiento en la Determinación de Anchos de Fisuras y Flechas Instantáneas de Elementos Flexados Pretensados”. XXV Jornadas Sul Americanas de Engenharia Estructural - Porto Alegre, Brasil. 1991, (pág. 259-270).
- Barlek, R., Cudmani, R. y Danesi, R. . “Fisuración y Deformación Instantánea en Vigas de Hormigón Pretensado Parcial”. X Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural 1990, (pág. 27 - 54).
- Basma A.A. and Abdel-Jaward Y. “Probability Model for the Drying Shrinkage of Concrete” ACI Materials Journal. Vol. 92, No3. 1995, (pp. 246-251).
- Bazant, Z.P. and Baweja W. “Concrete Creep and Shrinkage Predictions Models For Design Codes”. Recent Results and Future Directions Concrete Technology: New Trends, Industrial Applications. Proceedings of the International RILEM Sereies, 26. Barcelona 1994, (pp. 213-238).
- Bazant, Z and Panula, L., “Practical Prediction of Time-Dependent Deformation of Concrete” (Part VI: Cyclic creep, nonlinearity and statistical scatter”. J. Mat. Structural, 1979 – 12 (69), (pp.175-183).
- CEB, Bulletin D’information n° 215. Structural effects of Time-Dependent Behaviour of Concrete. March 1993.

- CEB - FIP Model Code 1990. Bulletin D'information n° 195. Mars 1990.
- CEN “Comite Europeo de Normalización”. Eurocode 2. Env.1992 - 1-1:1991.
- CIRSOC 201, “Proyecto, Cálculo y Ejecución de Estructuras de Hormigón Armado y Pretensado”. Instituto Nacional de Tecnología Industrial. Bs. As. Argentina. 1982.
- CIRSOC 204, “Hormigón Pretensado Parcial”. Instituto Nacional de Tecnología Industrial. Bs. As. Argentina. 1986.
- Cudmani, R., Barlek, R.. “Diseño de Elementos Flexados Pretensados Parcialmente”. Memorias de las IX Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural. 1989, (pág. 223 - 242).
- El Shahawi, M. and V. de Batchelor, B . “Fatigue for Partially Prestressed Concrete”. Journal of Structural Engineering - ASCE, Vol. 112. No. 3 . 1986, (pp. 524-537).
- Gao, L and Thomas Hsu, Ch. , “Fatigue of Concrete under Uniaxial Compression Cyclic Loading”. ACI Materials Journal. Vol. 95, No5. 1998, (pp. 575-581).
- Gutiérrez, S. E.. “Análisis Tiempo Dependiente de Deformación y Tensión en Secciones Parcialmente Pretensadas”. Tesis de Magister en Ingeniería Estructural, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Tucumán. 1994.
- Gutiérrez, S., Cudmani, R., Danesi, R. “Estudio del Comportamiento de Vigas Parcialmente Pretensadas Sometidas a Cargas de Fatiga”. XXV Jornadas Sul- Americanas de Engenharia Estructural, Porto Alegre, Brasil. 1991, (pág. 379-390).
- Gutiérrez, S., Korn, M., Cudmani, R.. “Análisis de Deformaciones Diferidas en Vigas de Hormigón Pretensado”. Revista de Ciencia Exactas e Ingeniería U.N. de Tucumán. Octubre de 1998, (pág.18-21).
- Hansen W. and Almudaiheem J.A. “Ultimate Drying Shrinkage of Concrete - Influence of Major Parameters”. ACI Materials Journal. Vol. 84, No. 3 . 1987, (pp. 217-223).
- Harajli, M. and Alameh, A.. “Deflection of Progressively Cracking Partially Prestressed Concrete Flexural Members”. P.C.I. Journal, May-June 1989, (pp. 95-125).
- Harajli, M. and Naaman A. “Static and Fatigue Test on Partially Prestressed Beams”. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 111. No. 7, July 1985, (pp. 1602-1618).
- Harajli, M. and Naaman A. “Cracking in Partially Prestressed Beams Under Static and Fatigue Loading”. ACI Special Publication SP113-2. Cracking in Prestressed Concrete Structures. 1989, (pp. 29-55).
- Holmen, O.J. “Fatigue of Concrete by Constant and Variable Amplitude Loading”. ACI Publication SP-75. Fatigue of Concrete Structures. 1982, (pp. 71-110).

- Iglesias, C. . “Redistribución de tensiones en secciones transversales ejecutadas por fases sucesivas”. Hormigón y Acero No. 197. De la Asociación Científico - Técnica del Hormigón Estructural. instituto de Ciencias de La Construcción Eduardo Torroja. Madrid 1995, (pág. 57-76).
- Kawano, A. and Warner, R. . “Model Formulations for Numerical Creep Calculations for Concrete”. Journal of Structural Engineering - ASCE, Vol. 122 . No. 3. 1996, (pp. 284-290).
- Koh, C. Ang, K. and Zhang, L. "Effects of repeated loading on creep deflection of reinforced concrete beams". Engineering Structures. Vol. 19. No. 1. 1997, (pp. 2-18).
- Krishma Mohan Rao, S. and Dilger, W., “Evaluation of Short-Term Deflections of Partially Prestressed Concrete Members”. ACI Structural Journal, Vol. 89 No. 1 . 1992, (pp. 71-78).
- Krishma Mohan Rao, S. and Dilger, W., “Control of Flexural Crack Width in Cracked Prestressed Members”. ACI Structural Journal. March – April 1992, (pp. 127-138).
- Leonhardt, F. “Estructuras de Hormigón Armado - Tomo V - Hormigón Pretensado”. Librería El Ateneo, Edición 1988.
- Mari Bernart, A.R., Valero López, I. y Montaner Fragüet, J.. “Evaluación de flechas y estados tensodeformacionales en servicio, en puentes isostáticos de vigas prefabricadas de hormigón pretensado”. Hormigón y Acero. 4to. Cuatrimestre 1996, (pág. 25-58).
- Mast, R. F.. “Análisis of Cracked Prestressed Concrete Sections: A Practical Approach”. P.C.I. Journal, July-August 1989, (pp. 80-91).
- Montaner Fragüet, J. y López García J.M. . “Puentes mixtos de HORMIGÓN y hormigón”. Hormigón y Acero. Nro. 198. 1995, (pág. 43-49).
- Muller H.S., “New Prediction Models for Creep and Shrinkage of Concrete” ACI Publications SP-135, Creep and Shrinkage of Concrete: effect of Materials and environment, 1992, (pp. 1-18).
- Murcia, J.. “Análisis en el tiempo de secciones de hormigón pretensado: Pérdidas de pretensado por retracción y fluencia. Influencia de la armadura pasiva”. Hormigón y Acero. 1er. Trimestre 1999, (pág. 85-96).
- Naaman, A.. “Prestressed Concrete Analysis and Design. Fundamentals”. Mc Graw-Hill Book, Company, New York. 1982, (670 pp.).
- Naaman, A., “Fatigue in Partially Prestressed Concrete Beams”. ACI Publication SP-75, Fatigue of Concrete Structures, 1982, (pp. 153-175).
- Nawy, E.G. “Prestressed Concrete. A Fundamental Approach” Second Edition Prentice Hall 1996, (789 pp.).

- Pérez, G., Barlek, J., y Danesi, R. . “Verificación de los Estados Límites de Fisuración y Flechas de Vigas de Hormigón Sometidas a Cargas Repetitivas”. Memorias de las XIII Jornadas de Ingeniería Estructural - Tomo II . 1993, (pág. 179-194).
- Pérez, G., Barlek, J., y Cudmani, R. . “Influencia de Cargas Permanentes y Repetitivas sobre las Condiciones de Servicio de Vigas de Hormigón Pretensado Fisuradas”. Memorias de las IX Jornadas Argentinas de Hormigón Pretensado. 1993, (pág. 215-228).
- Pérez, G., Cudmani, R., y Danesi, R. . “Predicción de Anchos de Fisuras en vigas Pretensadas Bajo la Aplicación de Cargas Instantáneas y Repetitivas”. XXVII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural. Volumen 1. 1995, (pág. 47-58).
- Pérez, G., Cudmani, R., y Danesi, R. . “Análisis de Tensiones en Secciones Compuestas Pretensadas Fisuradas”. XXVII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural. Volumen 1. 1995, (pág. 59-70).
- Pérez, G. . “Estudio Teórico-Experimental de Anchos de Fisuras en Vigas Pretensadas Bajo la Aplicación de Cargas Instantáneas y Repetitivas”. Tesis de Magister en Ingeniería Estructural, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Tucumán. 1995, (208 págs.).
- Prasada Rao. “Selection and Design of Partially Prestressed Concrete Sections for Strength and Serviceability”. ACI Structural Journal. Vol. 88. No. 3. May-June 1991, (pp. 330-339).
- Rao, K. and Dilger, W. “Control of Flexural Crack Width in Cracked Prestressed Concrete Members”. ACI Structural Journal. Vol. 89. No. 2 . March-April 1992, (pp. 127-138).
- Rehm, G. and Eligehausen, R., “Bond of Ribbed Bars Under High Cycle Repetead Loads”, ACI Journal (Symposium Paper), Vol. 76. No. 2 . February 1979, (pp. 297-309).
- Rivas, I. y Barlek, J., “Revisión de Métodos para Análisis Tiempo-Dependiente en Secciones de Hormigón”. Trabajo Nro. 98 - pág. 59 Programa Oficial del Congreso de Ingeniería 2000. Buenos Aires, septiembre 2000.
- Suri K.M. and Dilger, W. “Crack Width of Partially Prestressed Concrete Members”ACI Journal, Proceeding. Vol. 83, No 5. 1986, (pp. 784-797).
- Yang, S. and Chen, J.. “Bond Slip and Crack Width Calculations of Tension Members”. ACI Structural Journal. Vol. 85, No 4. 1988, (pp. 414-422).

**NOTA:** En el presente trabajo de Tesis se mencionan algunos autores que no se hallan incluidos en estas Referencias, esto significa que el aporte por ellos efectuado sobre el tema, ha sido encontrado en publicaciones que, sí se han referenciado aquí.