

**U.N.C.P.B.A**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**PROCESOS QUÍMICOS II**

**Práctico N° 3**

**Parte a: Revisión de Temas Matemáticos Relacionados**

**Planteo n°1:**

Clasifique las siguientes funciones como continuas(especifique el rango) o discretas. En cada caso especifique el rango de valores de x para el cual f(x) y f'(x) son continuas.

(a)  $f(x)=e^x$

(b)  $f(x)=a \cdot x_{n-1} + b \cdot (x_0 - x_n)$  donde  $x_n$  representa una etapa en una columna de destilación

(c)  $f(x)=x_D - x_S \cdot (1 + x_S)$  donde  $x_D$  es la concentración de vapor que sale de un destilador y  $x_S$  es la concentración en el destilador.

(d)  $f(x)=1/x$

(e)  $f(x)=\ln x$ .

**Planteo n°2:**

Para cada una de las siguientes funciones

(a)  $f(x)=3 \cdot x^2$

(b)  $f(x)=2 \cdot x$

(c)  $f(x)=-5 \cdot x^2$

(d)  $f(x)=2 \cdot x^2 - x^3$

(e)  $f(x)=2 \cdot x_1^2 - 3 \cdot x_1 \cdot x_2 + 2 \cdot x_2^2$

(e)  $f(x)=x_1^2 + x_1 x_2 + 2x_2 + 4$

(g)  $f(x)=2x_1 + 3x_2 + 6$

Determine si  $f(x)$  es convexa, cóncava, estrictamente convexa, estrictamente cóncava en el rango de menos infinito a infinito.

**Planteo n°3:**

Considere la siguiente función objetivo: es convexa?

Use los autovalores en el análisis

$$f(x)=2x_1^2+2x_1x_2+1.5x_2^2+7x_1+8x_2+24$$

**Planteo n°4:**

Encuentre los puntos estacionarios y clasifíquelos para las siguientes funciones :

(a)  $f(x)=x_1^3+x_2^2-3x_1+8x_2+2$

(b)  $f(x)=x^4$

(c)  $f(x)=4+4.5x_1-4x_2+x_1^2+2x_2^2-2x_1x_2+x_1^4-2x_1^2x_2$

**Planteo n°5:**

Sean las siguientes dos funciones que forman una región cerrada: Es esta región convexa?

$$-x_1^2+x_2 \leq 1$$

$$x_1-x_2 \geq -2$$

**Planteo n°6:**

En este planteo se describe el cálculo del trabajo mínimo para flujo adiabático compresible ideal utilizando una técnica de optimización analítica. Muchos flujos ideales se encuentran entre un flujo adiabático y uno isotérmico. Para flujo adiabático no se puede establecer a priori la relación entre presión y densidad del gas porque la temperatura no es conocida como una función de la presión o densidad, aquí la relación entre presión y densidad se encuentra usando un balance de energía mecánica. Si el gas se supone ideal, y  $k= C_p/C_v$  es asumido

constante en el rango de interés desde  $p_1$  hasta  $p_2$ , se puede utilizar la relación  $pV^k = \text{constante}$

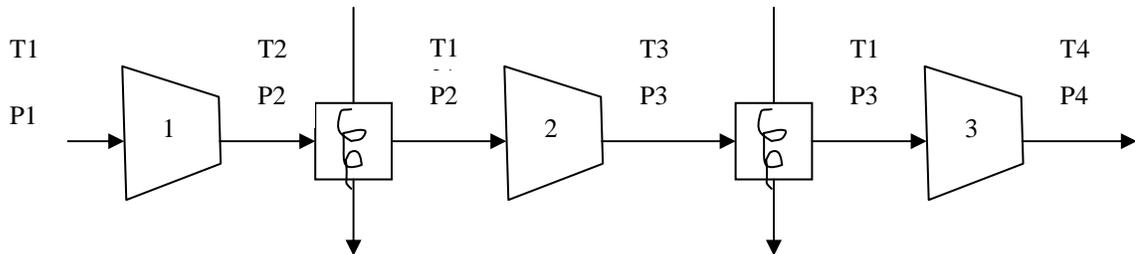
El trabajo teórico por mol (o masa) de gas comprimido en un compresor de una etapa

$$W = \frac{kRT_1}{k-1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right]$$

Donde  $T_1$  es la temperatura del gas en la entrada y  $R$  la constante de los gases ideales. Para un compresor de tres etapas con intercambiador entre las etapas como se muestra en la siguiente figura el trabajo de compresión desde  $p_1$  hasta  $p_4$  es:

$$W = \frac{kRT_1}{k-1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} + \left( \frac{p_3}{p_2} \right)^{(k-1)/k} + \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{(k-1)/k} - 3 \right]$$

Nosotros queremos determinar las presiones interetapas óptimas  $P_2$  y  $p_3$  para minimizar  $W$  manteniendo fijos  $p_1$  y  $p_4$ .



**Parte b: Métodos matemáticos de optimización no restringida – Búsqueda Unidimensional**

**Planteo n°7:**

Minimice la función  $f=(x-1)^4$  por los métodos de Newton ( $x_0=5$ ), Quasi Newton ( $x_1=-1$ ,  $x_2=-0.5$ ,  $x_3=0$ ) y secante ( $x_p=-3$ ,  $x_q=3$ ). Compare la exactitud de la búsqueda luego de 10 ciclos.

**Planteo n°8:**

En una planta química, los costos de las tuberías y bombas son inversiones sumamente importantes. Considere el diseño de una tubería de L pié de largo que transporta un fluido a una velocidad de Q gpm. La selección del diámetro económico de la tubería D(in) se basa en la minimización de los costos anuales de tubería, bomba y bombeo. Suponga que los costos anuales de una tubería Standard de acero al carbono con una bomba centrífuga pueden ser expresados como

$$f = 0.45L + 0.245LD^{1.5} + 325(\text{hp})^{1/2} + 61.6(\text{hp})^{0.925} + 102$$

donde

$$\text{hp} = 4.4 \times 10^{-8} \frac{LQ^3}{D^5} + 1.92 \times 10^{-9} \frac{LQ^{2.68}}{D^{4.68}}$$

formule el problema de optimización de una variable apropiado para diseñar una tubería de 1000 ft de longitud con una velocidad de flujo de 20 gpm. El diámetro de la tubería debe estar comprendido entre 0.25-6 in.

**Planteo n°9:**

a) Si un modelo está dado por  $y=(2x-9)^2$  para todo valor de x en el rango  $0 < x < 10$  y se conoce que la función es unimodal sobre esta región, localice el menor valor de  $y(x)$  dentro de un 5% del rango inicial si todos los experimentos se deben localizar en intervalos regulares y deben llevarse a cabo al mismo tiempo.

b) Use un método de búsqueda secuencial uniforme para resolver el inciso anterior si los experimentos no son preplaneados. Use dos experimentos igualmente espaciados por ciclo.

c) Utilice para la resolución del modelo un método de búsqueda secuencial uniforme con tres experimentos igualmente espaciados por ciclo.

Compare la cantidad de experimentos necesaria al aplicar los diferentes métodos.

**Planteo n° 10:**

Encontrar el máximo de  $f(x) = (5\pi - x)$  en  $(0, 20)$  con una aproximación  $\alpha = 0.1$  empleando la búsqueda de Fibonacci.

Comparar con el número de experimentos necesarios con:

- a) Método de búsqueda uniforme con experimentos preplaneados.
- b) Búsqueda secuencial con dos experimentos igualmente espaciados.
- c) Búsqueda secuencial con tres experimentos igualmente espaciados

**Planteo n° 11:**

Se quiere minimizar el costo de diseño del conjunto RTAC separador de una planta química. La reacción química que se produce en el reactor es

$A \longrightarrow P$ , de primer orden con  $k=1/\text{min}$ ,

La concentración de A a la entrada del reactor  $C_{A0}$  es de 5 mol/lit de solución. La alimentación es 100 lit/min y, por razones de proceso no se llega a la conversión total de A por lo cual es necesario separarlo del producto.

Los costos de instalación son:

Reactor:  $0.05 V^{3/2} + 10$  (en UM)

Separador:  $3^{C_A} + 32$  (en UM)

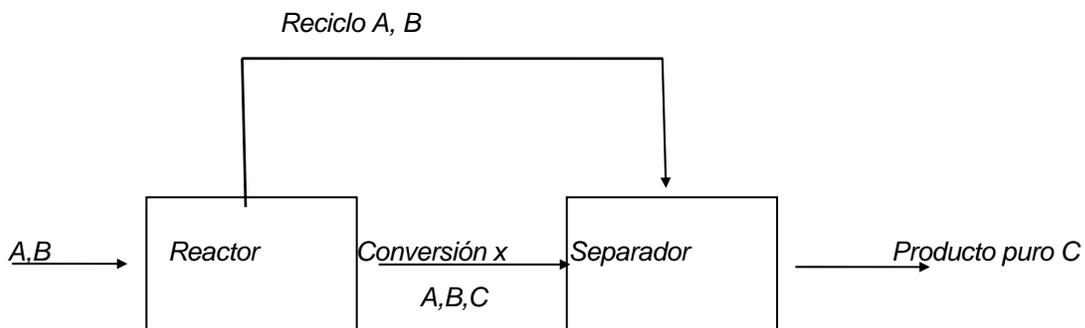
Se desea conocer el volumen del reactor que hace óptimo el costo y el costo mínimo.

**Planteo n° 12:**

Considérese la producción de un compuesto C a partir de materias primas A y B. La reacción química esta dada por



Para la obtención de C puro se ha sugerido el siguiente proceso



Los costos de instalación y operación del reactor y del separador están dados por las siguientes ecuaciones

$$C_r: x(1-0.005x) + 30 \quad (\text{UM}) \quad 1 < x < 100$$

$$C_s: 0.01x^2 - 1.90x + 201.89 \quad (\text{UM}) \quad 1 < x < 99$$

Donde x es la conversión en el reactor

Encuentre la conversión óptima en el reactor

**Planteo 13 :**

Minimice utilizando un método de aproximación cuadrática la función  $f(x)=x^2-x$

**Planteo 14 :**

Resuelva los planteos 11 y 12 utilizando los métodos de interpolación cúbica y cuadrática.