TRANSFORMADA DE FOURIER

1) Encontrar la serie compleja de Fourier de las siguientes funciones periódicas:

a) $f(t)=\begin{cases}-1, & 0<t<1\\ 2, & 1<t<2\end{cases}$

c) $f(t)=\begin{cases}1, & -1<t<1\\ 0, & 1<|t|<2\end{cases}$

b) $x(t)=\begin{cases}A\ \text{sen}\,wt & 0\le t\le T_0/2\\ 0 & T_0/2\le t\le T_0\end{cases}$

d) $f(t)=e^{-t}\ ,\quad 0<t<5$

2) Expresar los resultados de los problemas anteriores en la forma trigonométrica de la serie de Fourier.

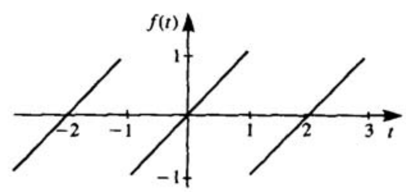
3) Determinar los coeficientes complejos de Fourier y dibujar los espectros de frecuencia discreta de las funciones dadas:

a)
$$f(t)=-\frac{1}{2}t+\frac{1}{2}\ ,\quad o<t<2$$
$$f(t+2)=f(t)$$

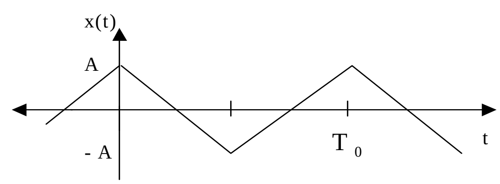
b)
$$f(t)=t^2\ ,\quad 0<t<2$$
$$f(t+2)=f(t)$$

c) $x(t)=\begin{cases}A & 0\le t\le T_0/2\\ -A & T_0/2\le t\le T_0\end{cases}$

d)



e)



4) Obtener la serie exponencial compleja de Fourier para la señal dada e indicar la frecuencia fundamental

$$x(t)=\cos^2 20\pi t\quad \text{sen}10\pi t$$

5) Para cada una de las señales dadas:
   a) Escribir x(t) en términos de las funciones exponenciales complejas.
   b) Graficar el espectro de amplitud y de fase de los coeficientes de Fourier de la señal x(t).

   i) $x(t)=1+\text{sen}\pi t+2\cos\pi t+\cos(2\pi t+\frac{\pi}{4})$

   ii) $x(t)=\frac{2}{\pi}\left(\cos w_0 t-\frac{1}{3}\cos 3w_0 t+\frac{1}{5}\cos 5w_0 t-\cdots\right)$

6) Considerar la señal periódica x(t), con frecuencia fundamental 2π, cuya ecuación es:

$$x(t) = \sum_{k=-3}^{3} a_k\, e^{i\,k\,2\,\pi\,t} \qquad \text{donde} \qquad a_0 = 1;\ a_1 = a_{-1} = \frac{1}{4};\ a_2 = a_{-2} = \frac{1}{2};\ a_3 = a_{-3} = \frac{1}{3}$$

Escribir x (t) en términos de funciones trigonométricas.

7) La serie exponencial compleja de Fourier, en el intervalo $0 \le t \le T_0$, es:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+in\pi}\, e^{i(3\pi n t/2)}$$

a) Determinar el valor de T_0
b) Representar los espectros de amplitud y de fase

8) Representar la señal $x(t) = e^{-|t|}$ en el intervalo $(-1,1)$, usando:
a) Serie exponencial de Fourier
b) Serie trigonométrica de Fourier

9) Encontrar la representación integral de Fourier de las siguientes funciones y determinar el valor al que converge dicha representación en los puntos de discontinuidad de la función:

a) $f(t) = \begin{cases} 0, & t \le -1 \\ -1, & -1 < t < 0 \\ 1, & 0 < t \le 1 \\ 0, & t > 1 \end{cases}$

b) $f(t) = \begin{cases} t, & -\pi \le t \le \pi \\ 0, & |t| > \pi \end{cases}$

10) Calcular, por definición, la transformada de Fourier de las siguientes funciones:

a) $f(t) = \begin{cases} 1-t^2, & 0 < t < 1 \\ 0, & \text{en otro lado} \end{cases}$

b) $f(t) = e^{-a|t|}$, $a > 0$

c) $f(t) = e^{-at}[U(t) - U(t-1)]$, $a > 0$

d) $f(t) = te^{2t}U(-t)$

e) $f(t) = e^{2t}\operatorname{sen} t\ U(-t)$

f) $f(t) = \delta(t+1) + \delta(t-1)$

11) Encontrar la transformada de Fourier de las funciones siguientes. Usar la transformada de Laplace cuando sea posible:

a) $f(t) = \operatorname{sen}(2\pi t + \frac{\pi}{4})$

b) $f(t) = 1 + \cos(6\pi t + \pi)$

c) $f(t) = -4\operatorname{sgn}(t)$

d) $f(t) = \operatorname{sen}^2 3t$

e) $f(t) = t^2 e^{-2t} U(t)$

f) $f(t) = 4\cos 8t U(t)$

g) $f(t) = te^{-2t}\cos t\,U(t)$

h) $f(t) = 5e^{-8t}U(t)$

i) $f(t) = 4U(t) - 10\delta(t)$

j) $f(t) = te^{2t}U(-t)$

k) $f(t) = e^{2t}\operatorname{sen}t\,U(-t)$

l) $f(t) = e^{-t}[U(t-1) - U(t-2)]$

m) $f(t) = (t-3)e^{-4t}U(t-3)$

n) $f(t) = t[U(t+1) - U(t-1)]$

12) Encontrar la transformada inversa de Fourier de las funciones dadas:

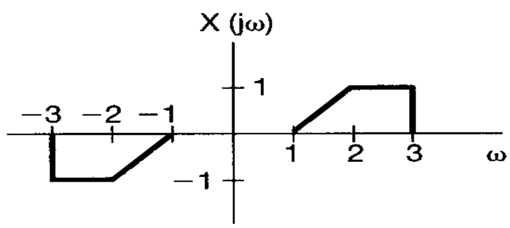
a)
$$F(w) = \begin{cases} 2\,, & 0 \le w \le 2 \\ -2\,, & -2 \le w \le 0 \\ 0\,, & |w| > 2 \end{cases}$$

b) $F(w) = 5e^{-i3w} - \dfrac{4i}{w}$

c) $F(w) = 8\dfrac{\operatorname{sen}5w}{w}$

d) $F(w) = 2\pi\delta(w) + \pi\delta(w-4\pi) + \pi\delta(w+4\pi)$

e)



13) Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales, usando la transformada de Fourier:

a) $x'' + 3x' + 2x = U(t)$

b) $x'' + 3x' + 2x = 3\delta(t)$

c) $y'' + 9y = \cos 2t$

d) $y' - 4y = e^{-4t}U(t)\,,\ -\infty < t < \infty$

14) Usar el teorema de convolución para encontrar la transformada inversa de Fourier de las funciones siguientes:

a) $F(w) = \dfrac{1}{(1+iw)^2}$

b) $F(w) = \dfrac{2}{(iw)^2 + 4iw + 3}$